計測精度

計測値

↑

精度の検討

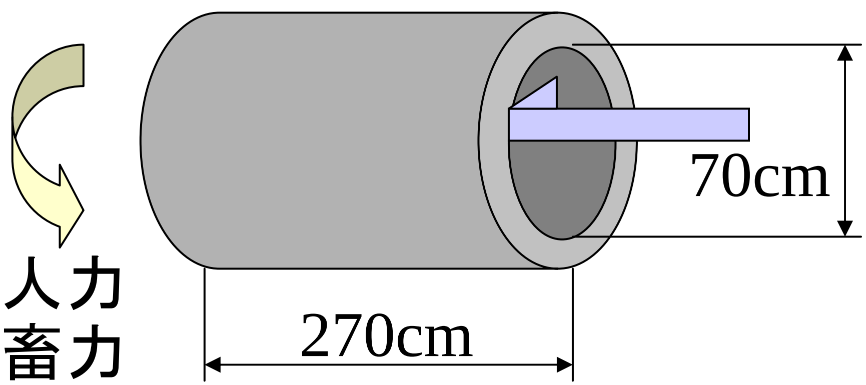
⇒

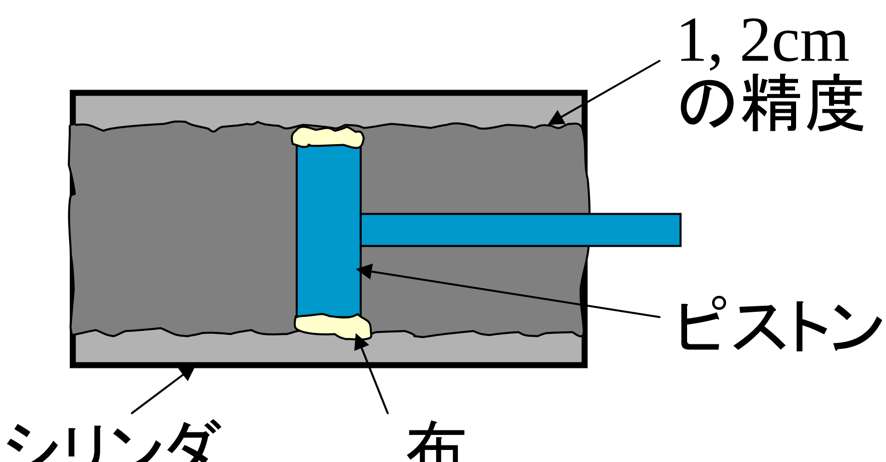
- 計測系における処理・判断
- 科学的・工業的・経済的根拠

精密（precision） ⟸ 相対的概念
加工の到達精度，計測が実施される分野

［James Watt の時代］

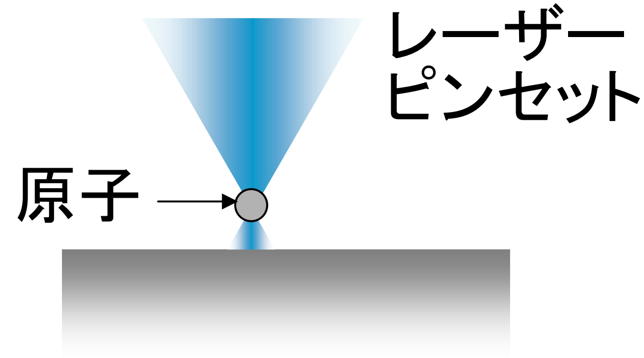
加工機械：孔ぐり機械



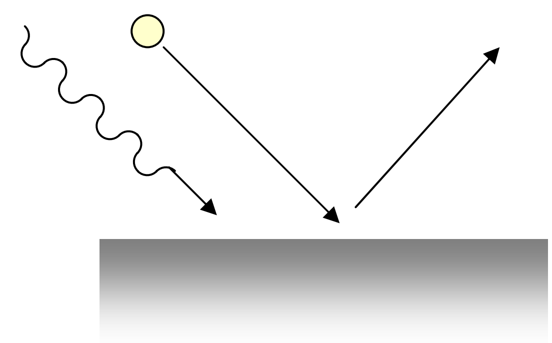


［現代］

原子・分子加工

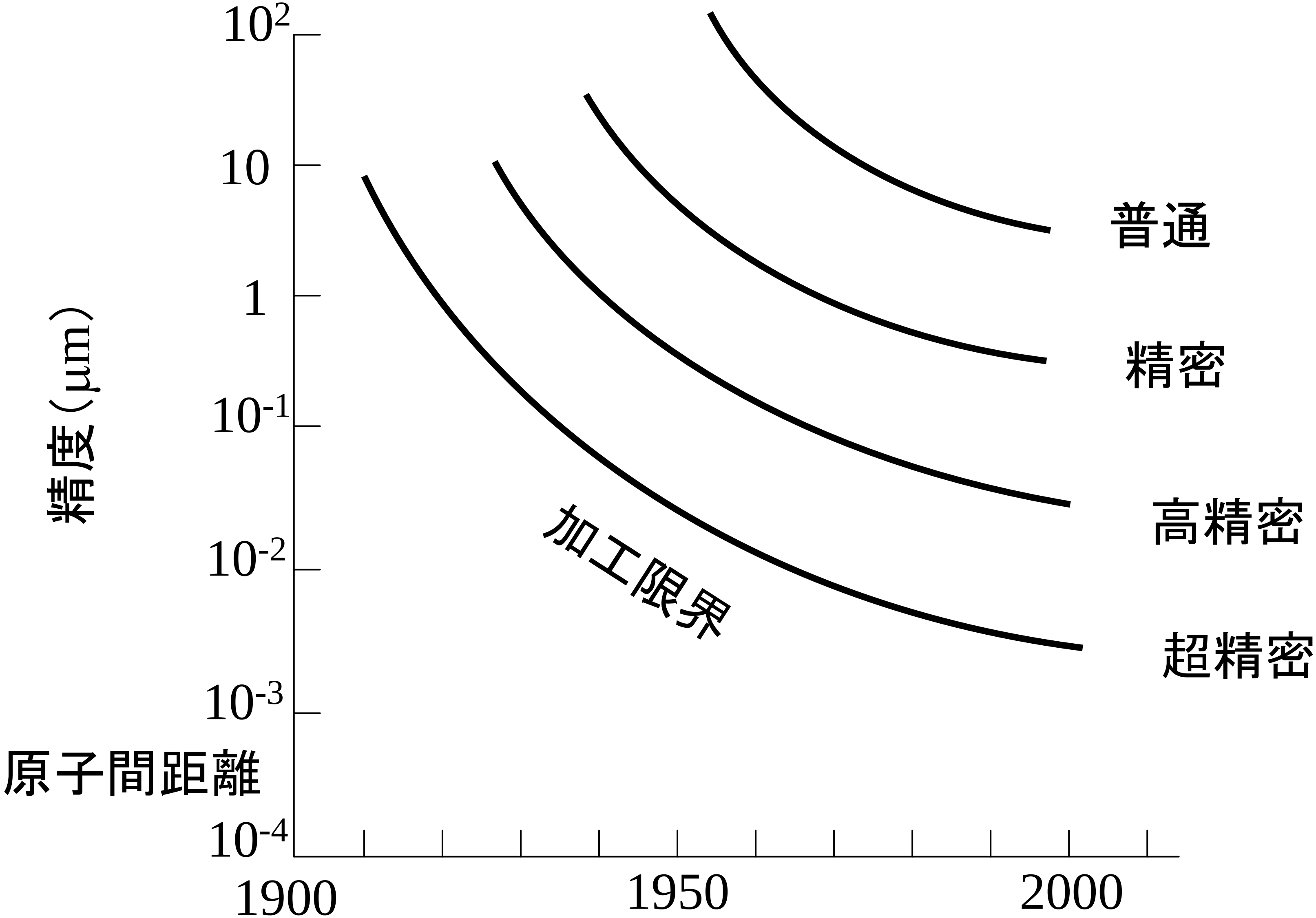


計測



精密：μmオーダー
超精密：0.01μm ⇒ ナノ計測

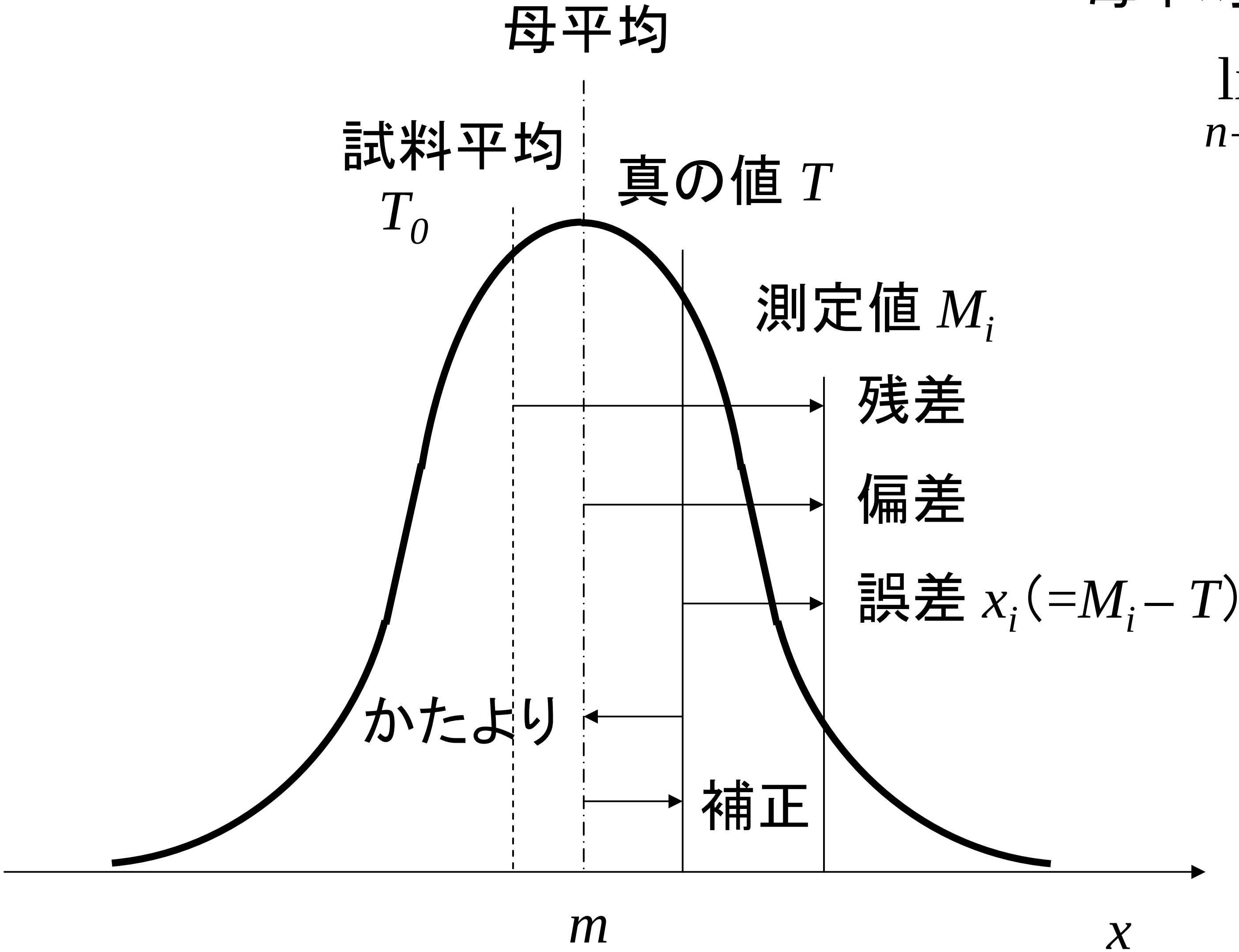
精度（μm）	［加工法］	［測定器］	［製品］
10^{2} – 10	精密旋削 研削，ホーニング	マイクロメータ ダイアルゲージ	一般機械部品 自動車部品
10 – 1	精密プレス 放電，レーザ加工	差動トランス CCDホトアレイ	腕時計部品 ビデオヘッド
1 – 10^{-1}	ラップ加工 電子ビーム加工	静電コンパレータ EPMA	ボールベアリング VTR
10^{-1} – 10^{-2}	ダイヤモンド切削 LIGAプロセス	レーザ測長計 精密粗さ計	ポリゴンミラー
10^{-2} – 10^{-3}	スパッタリング イオンプレーティング	SEM, TEM, STM LEED, FEM	ミクロトーム刃 スマートセンサ CCD
10^{-3} – 10^{-4}	超格子膜合成 原子・分子配列加工	Auger 分析 ESCA, LEED	超精密回折格子 ULSI



10²
10
1
10⁻¹
10⁻²
10⁻³
10⁻⁴
精度（μm）
原子間距離
普通
精密
高精密
超精密
加工限界
1900
1950
2000

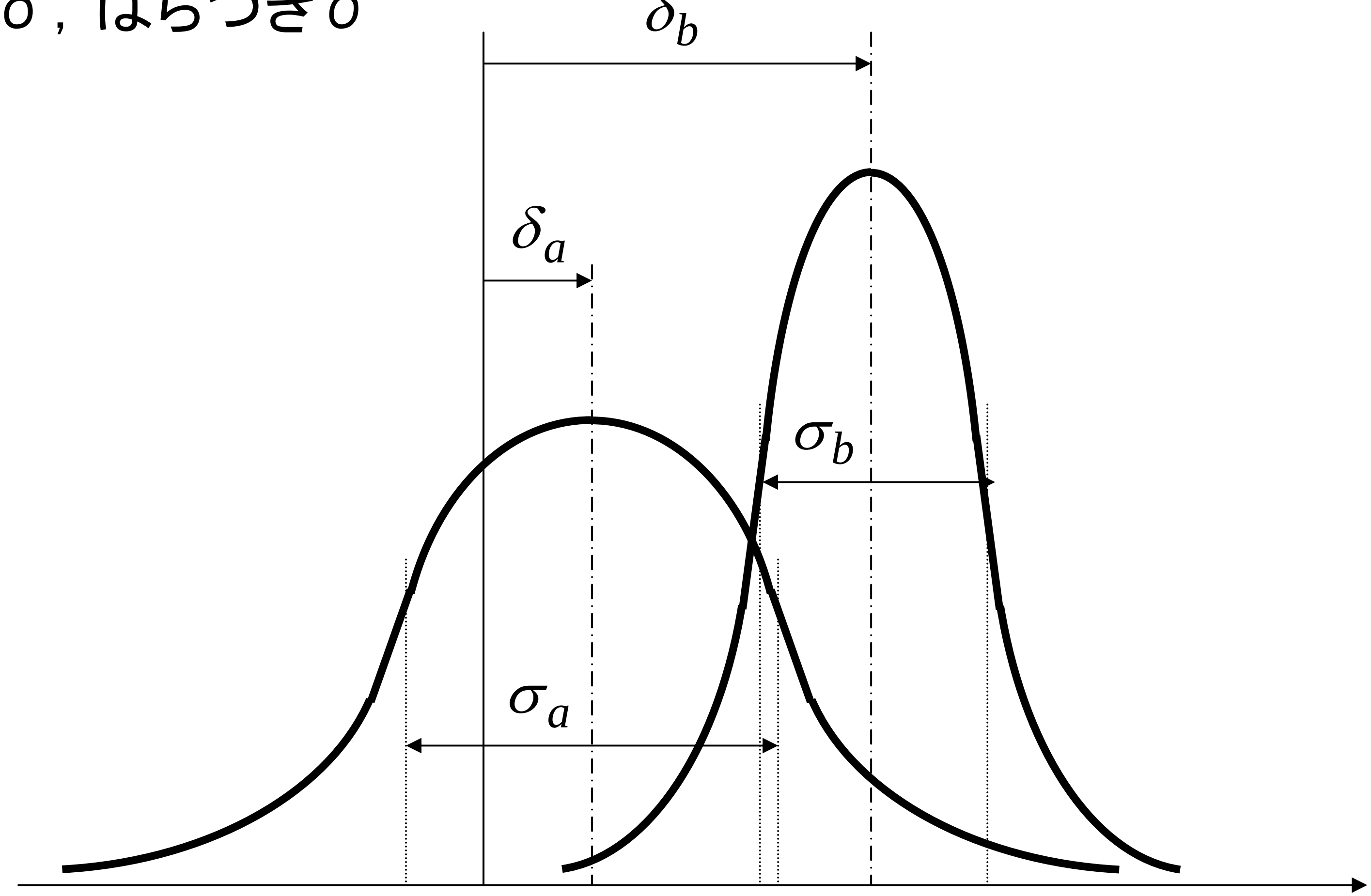
かたよりが無ければ，
母平均＝真の値 T

$$\lim_{n \to \infty} T_0 = T$$



正確さ，精密さ

かたよりδ，ばらつきσ



系統的誤差

理論誤差：　理論，仮定に基づく．

（例）熱電対：　ミリボルト計　→　温度

機器誤差：　測定器の構造変化（温度変動，経年変化）

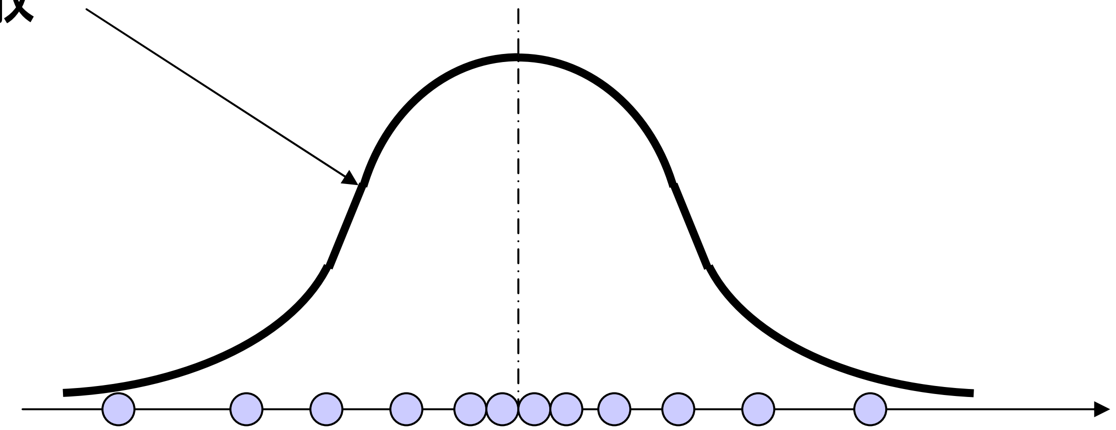
個人誤差：　測定者のくせ

原因究明　→　測定器の再調整，再校正　→　誤差除去

偶然誤差(accidental error)

誤差要因を特定できずに複雑 ⇒ 除去不可能，補正不可能

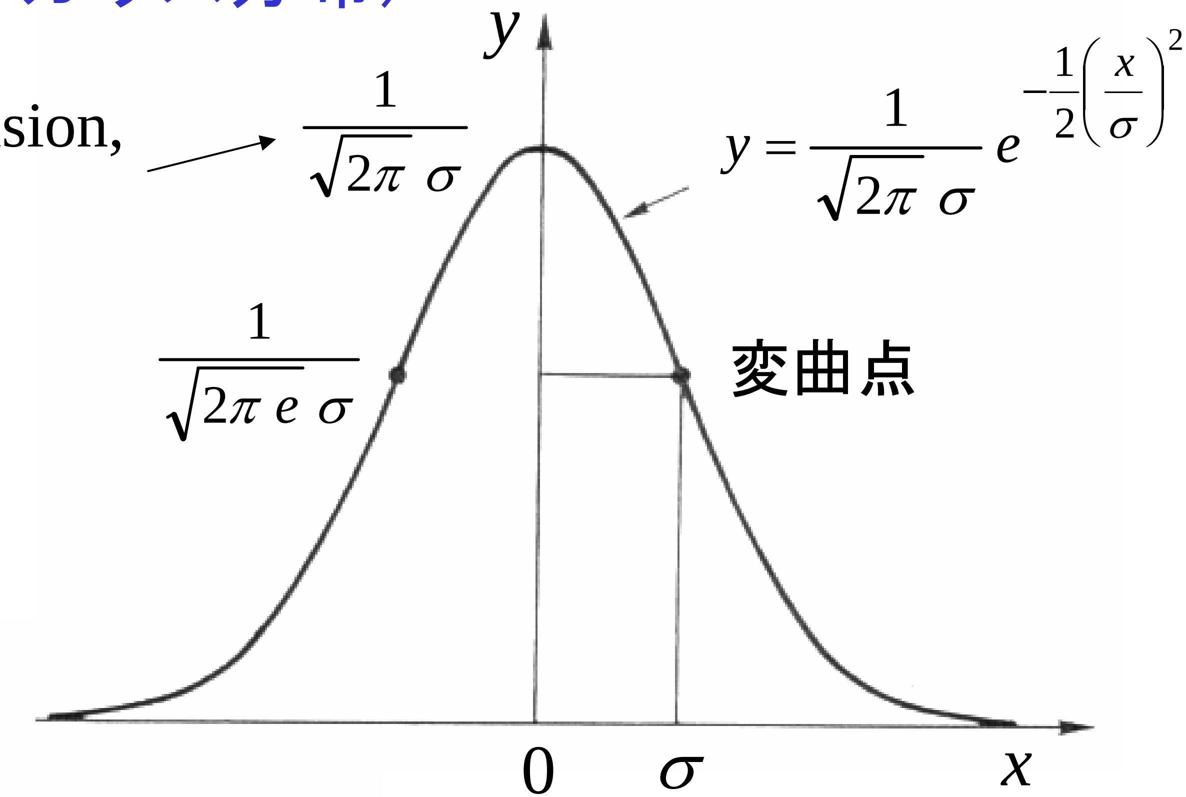
母集団(population)
母平均，母分散

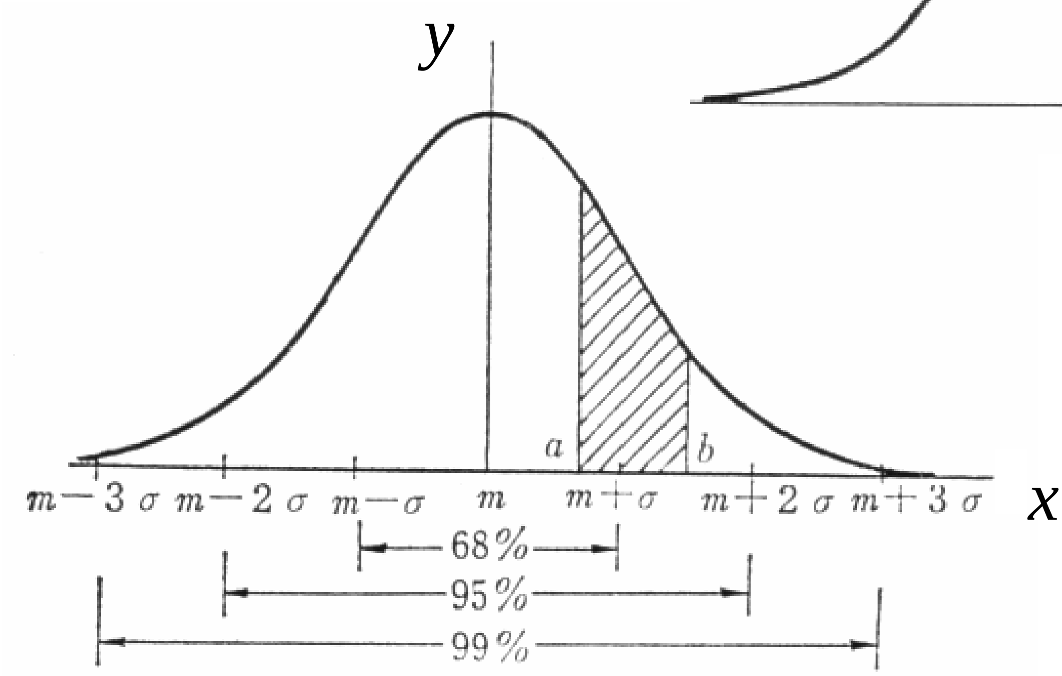


○ 標本(sample)
平均値(最確値)
標本分散

誤差関数（正規分布，ガウス分布）

精度（measure of precision,
最大確率）



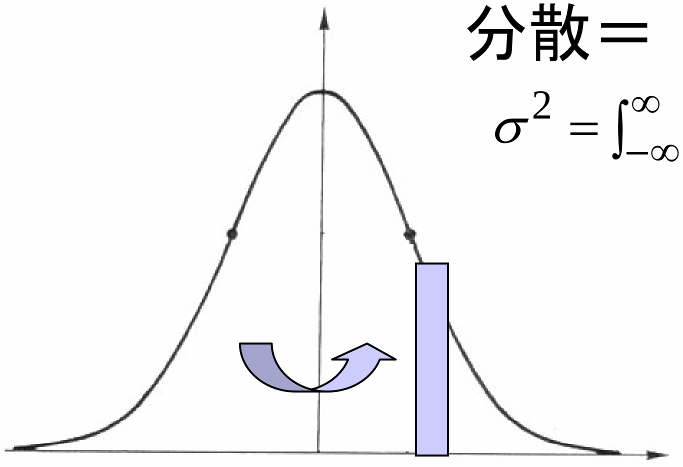


特殊誤差

(1)標準偏差　σ

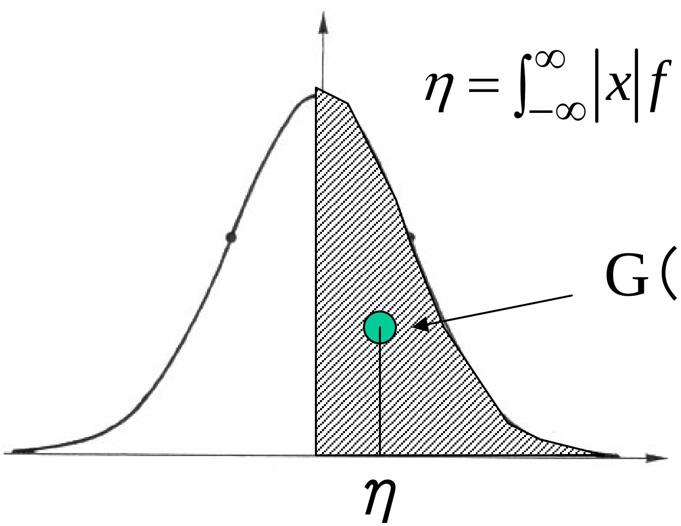
分散＝

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$$

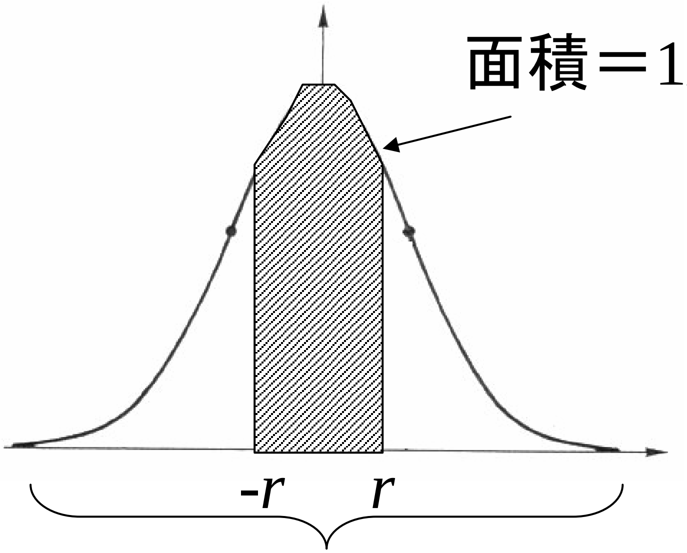


(2)母平均誤差　η

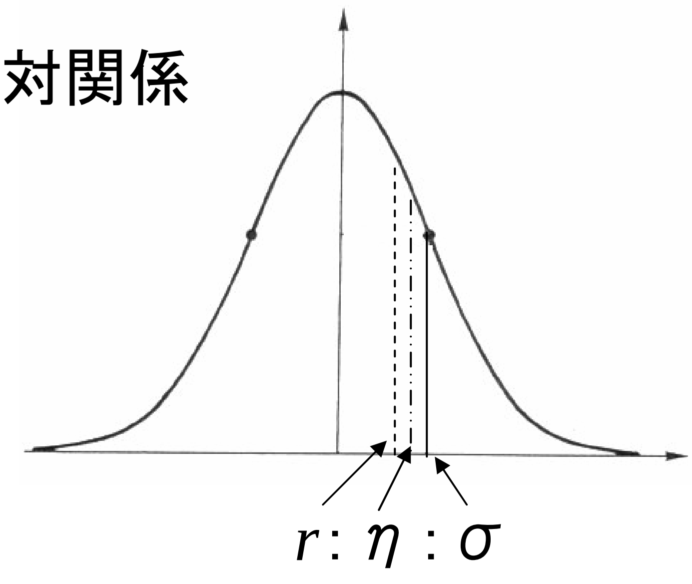
$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} |x| f(x) dx$$



(3)母確率誤差　r



相対関係



誤差の伝播法則（propagation of error）

間接測定　$Z = \varphi(X_1, X_2, \cdots)$　　Z: 求める量，　X_1, X_2: 測定値

（1）$Z=X_1+X_2$ の場合

$x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{1n}$: X_1の誤差　　$x_{21}, x_{22}, \cdots, x_{2n}$: X_2の誤差

$$\sigma_z^{\ 2} = \frac{\sum z_i^{\ 2}}{n} = \frac{\sum x_{1i}^{\ 2}}{n} + \frac{\sum x_{2i}^{\ 2}}{n} + 2\frac{\sum x_{1i}x_{2i}}{n} = \sigma_1^{\ 2} + \sigma_2^{\ 2}$$

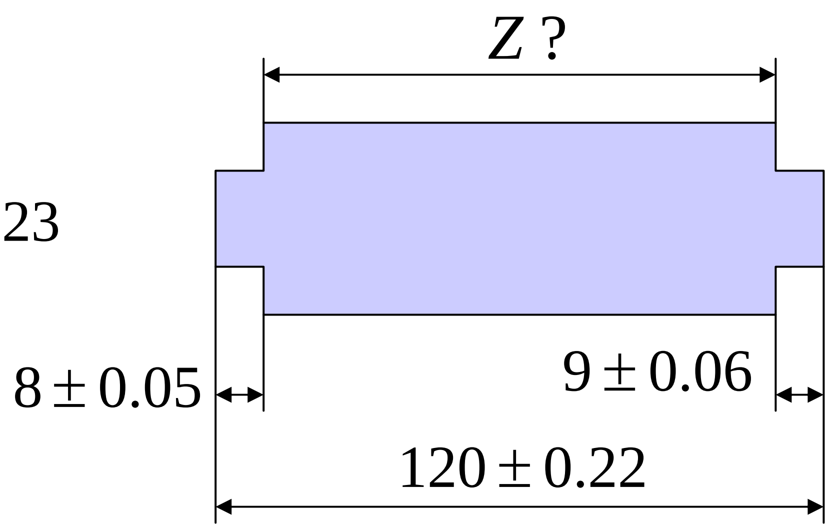
$$= 0, \quad \because \sum x_{1i}x_{2i} = 0$$

$$\therefore \quad \sigma_z = \sqrt{\sigma_1^{\ 2} + \sigma_2^{\ 2}}$$

$$Z = 120 - 8 - 9 = 103$$

$$誤差 = \sqrt{0.22^2 + 0.05^2 + 0.06^2} = 0.23$$

× $$誤差 = 0.22 - 0.05 - 0.06 = 0.11$$



（2）　$Z = a_1 X_1 \pm a_2 X_2 \pm \cdots \pm a_m X_m + k$　の場合

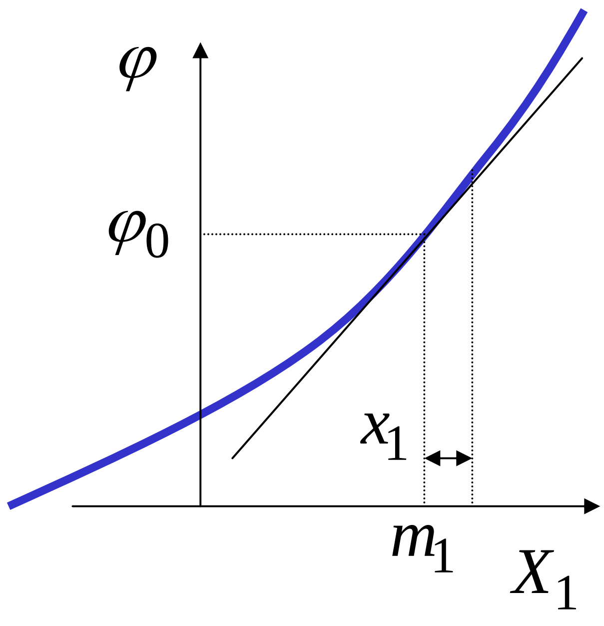
$$\sigma_z = \sqrt{a_1{}^2 \sigma_1{}^2 + a_2{}^2 \sigma_2{}^2 + \cdots + a_m{}^2 \sigma_m{}^2}$$

（3）一般的な　$Z = \varphi(X_1, X_2, \cdots, X_m)$　の場合

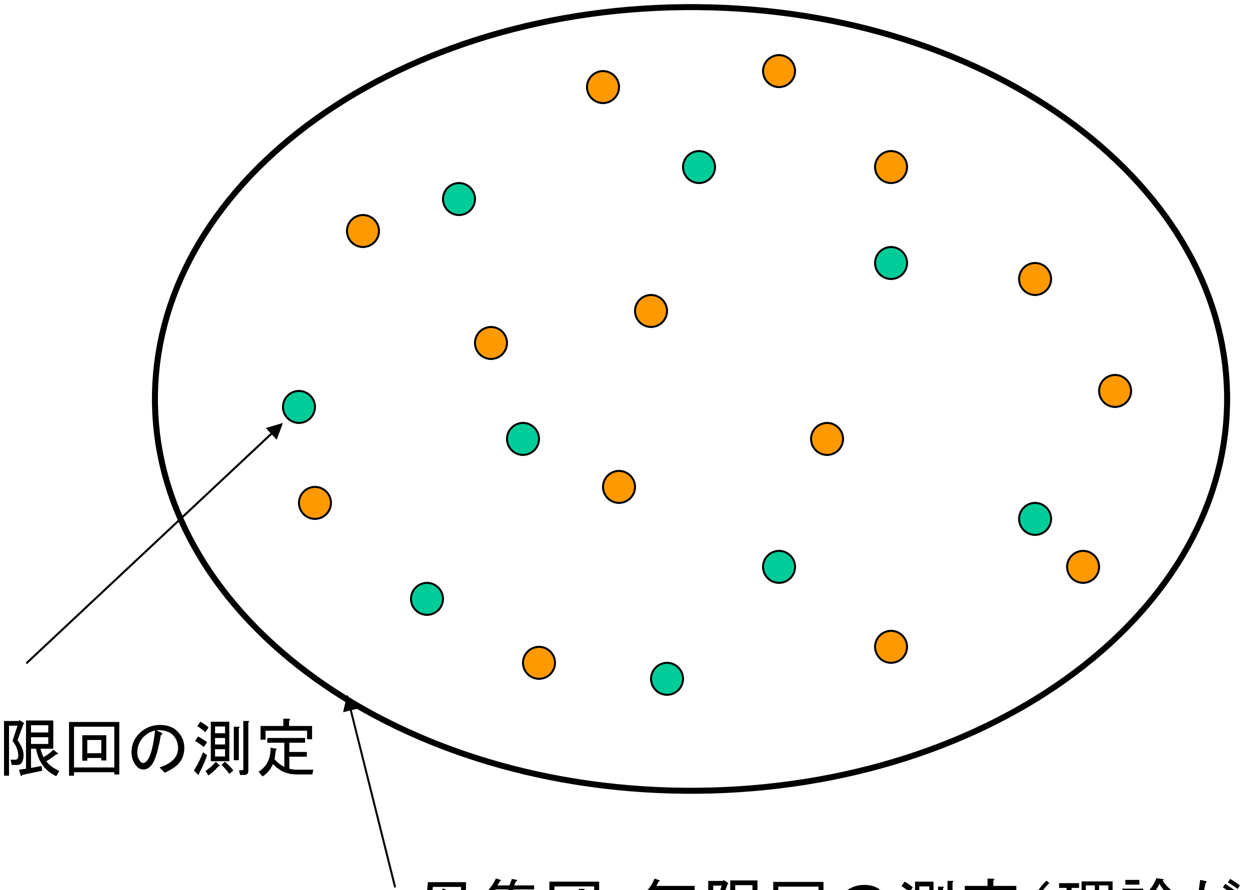
$m_1, m_2, \cdots$：　$X_1, X_2, \cdots$ の平均値

$$Z = \varphi(X_1, X_2, \cdots, X_m) = \varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X_1}\right)_0 x_1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X_2}\right)_0 x_2 + \cdots$$

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X_1}\right)_0^2 x_1{}^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X_1}\right)_0^2 x_1{}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X_m}\right)_0^2 x_m{}^2}$$



推定



標本：有限回の測定

母集団：無限回の測定（理論だけで不可能）

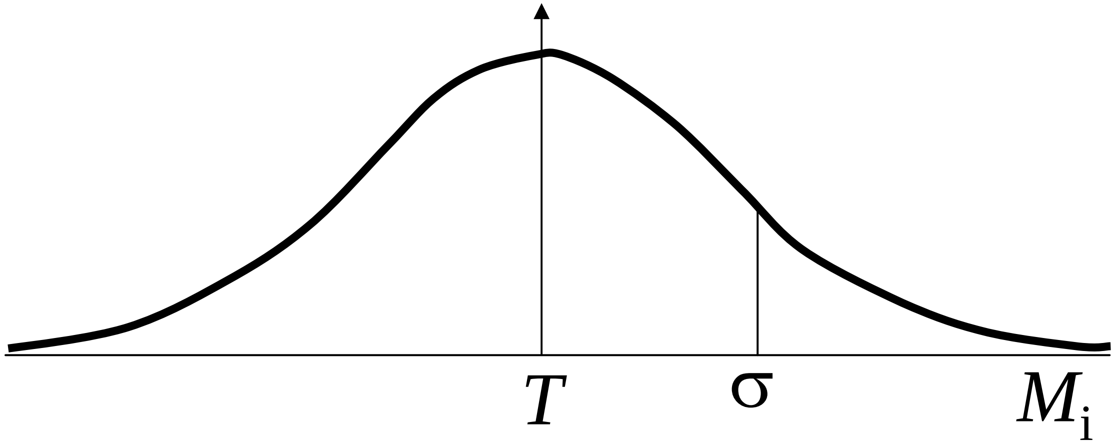
母集団に対する値

$$E\left[\hat{\theta}\right] = \theta$$

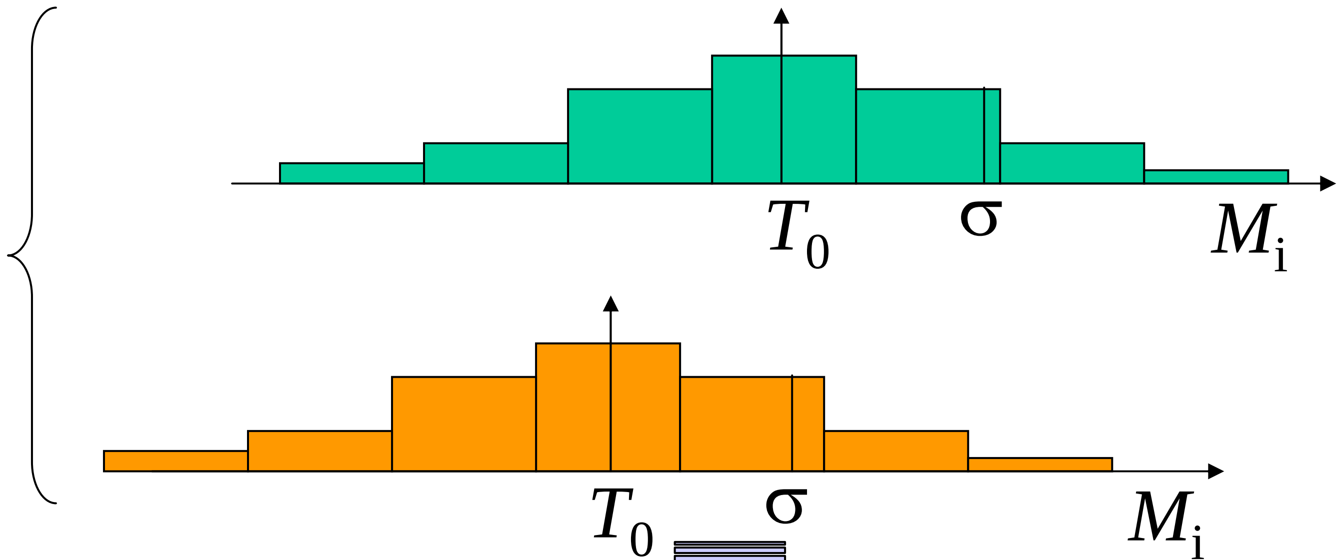
$\hat{\theta}$ ：不偏推定量．標本からの値

1. 点推定法

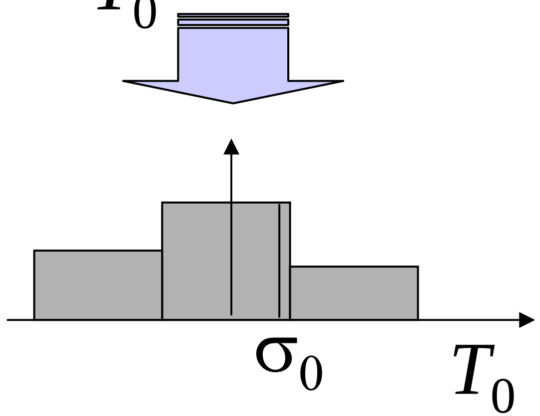
母集団の統計



標本の統計



標本平均の統計

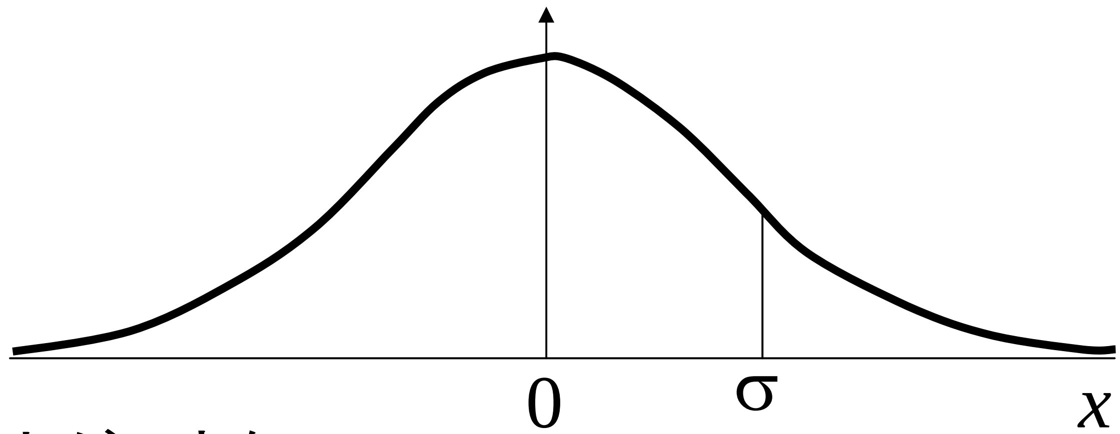


不偏標準偏差

誤差 $x = M_\mathrm{i}$ - T は求めることができない

⇩

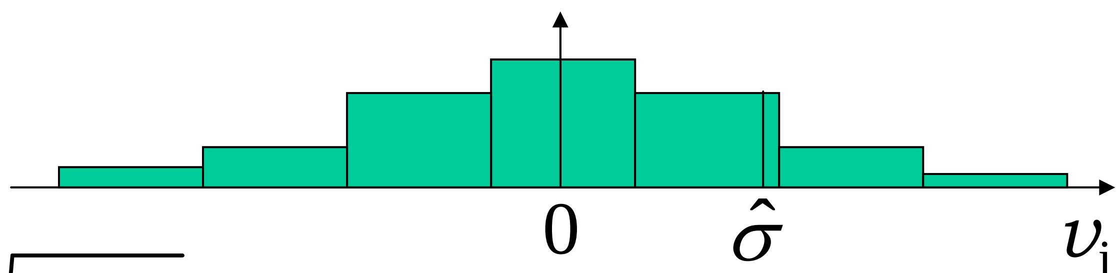
標準偏差 σ も求めることができない



残差 $\upsilon_i = M_\mathrm{i} - T_0$ は求めることができる

⇩

不偏標準偏差 $\hat{\sigma} = \sqrt{\dfrac{\sum v_i{}^2}{n-1}}$

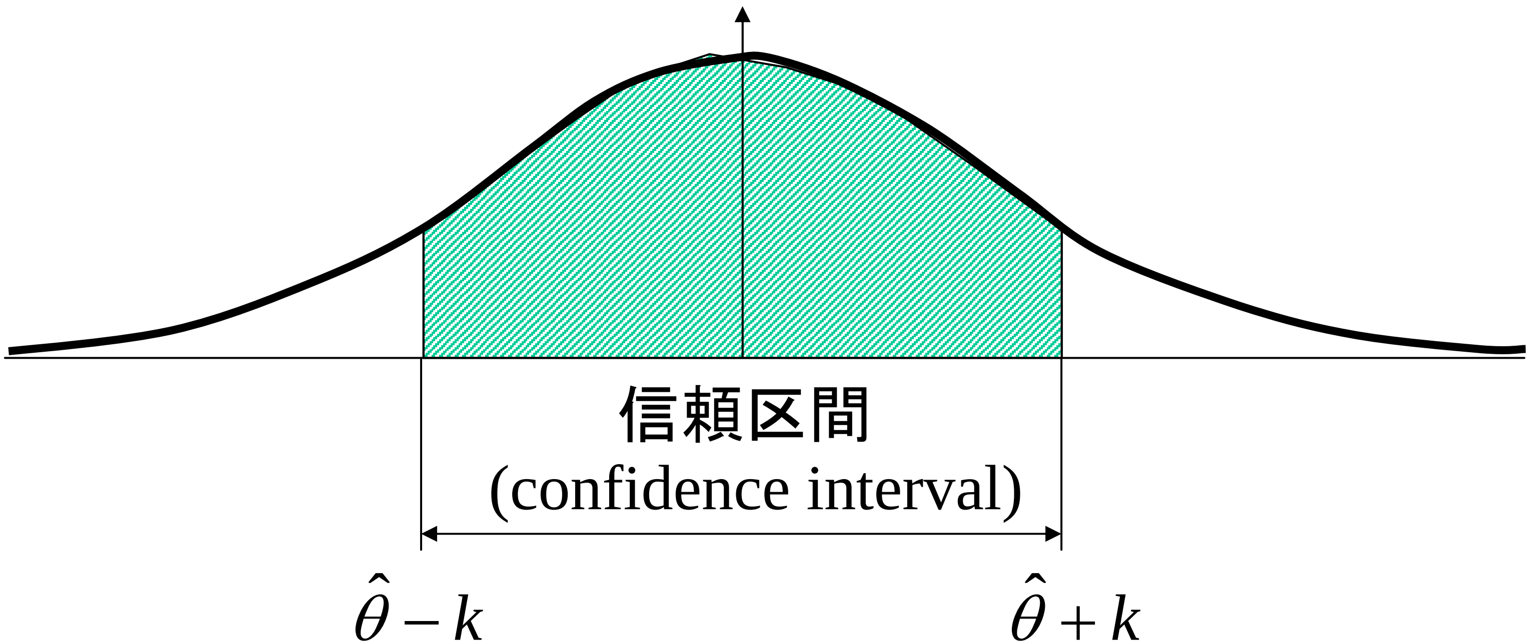


2. 区間推定法

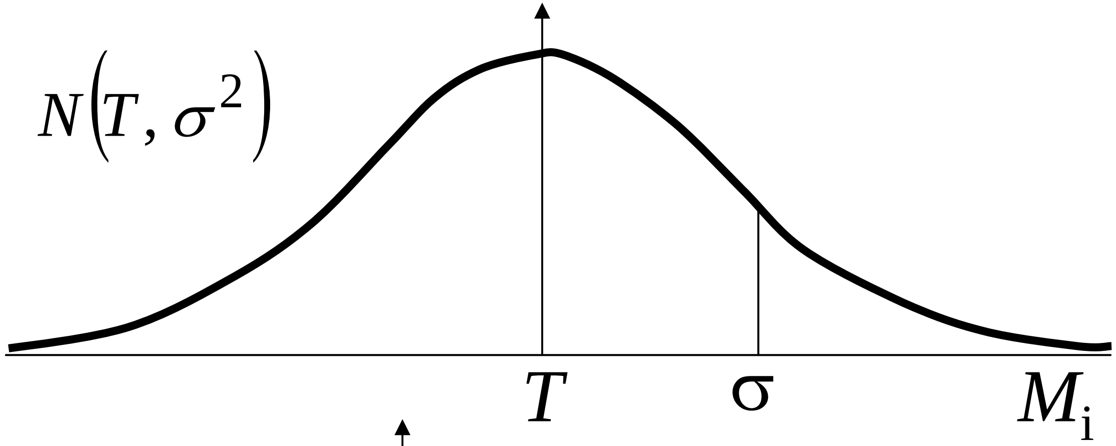
$$P\left(\hat{\theta}-k<\theta<\hat{\theta}+k\right)=1-\alpha$$

α : 有意水準(significance level)

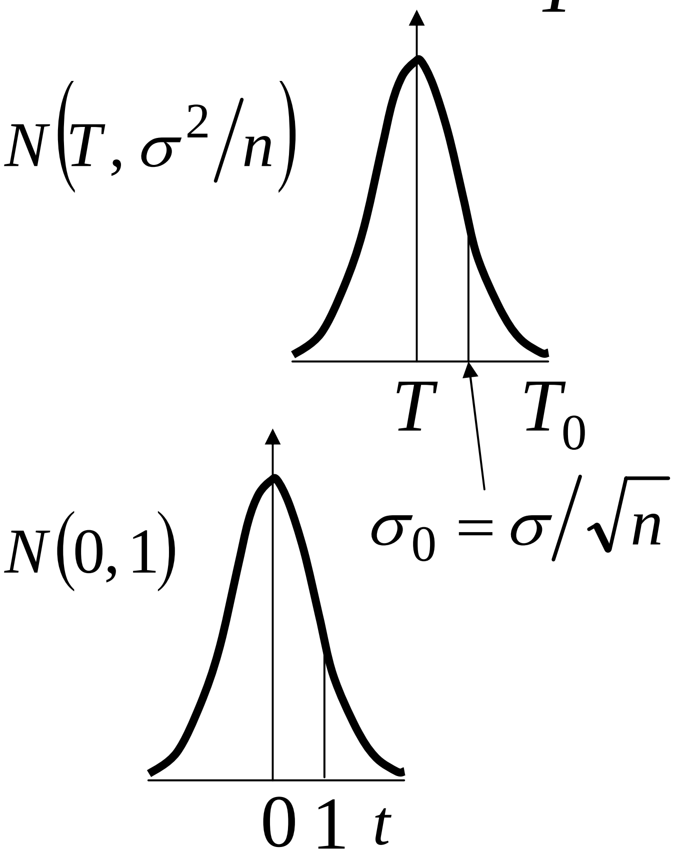
1- α : 信頼係数(confidence coefficient)



k を定める



$$T_0$$



$$t = (T_0 - T)\sqrt{n}/\sigma$$

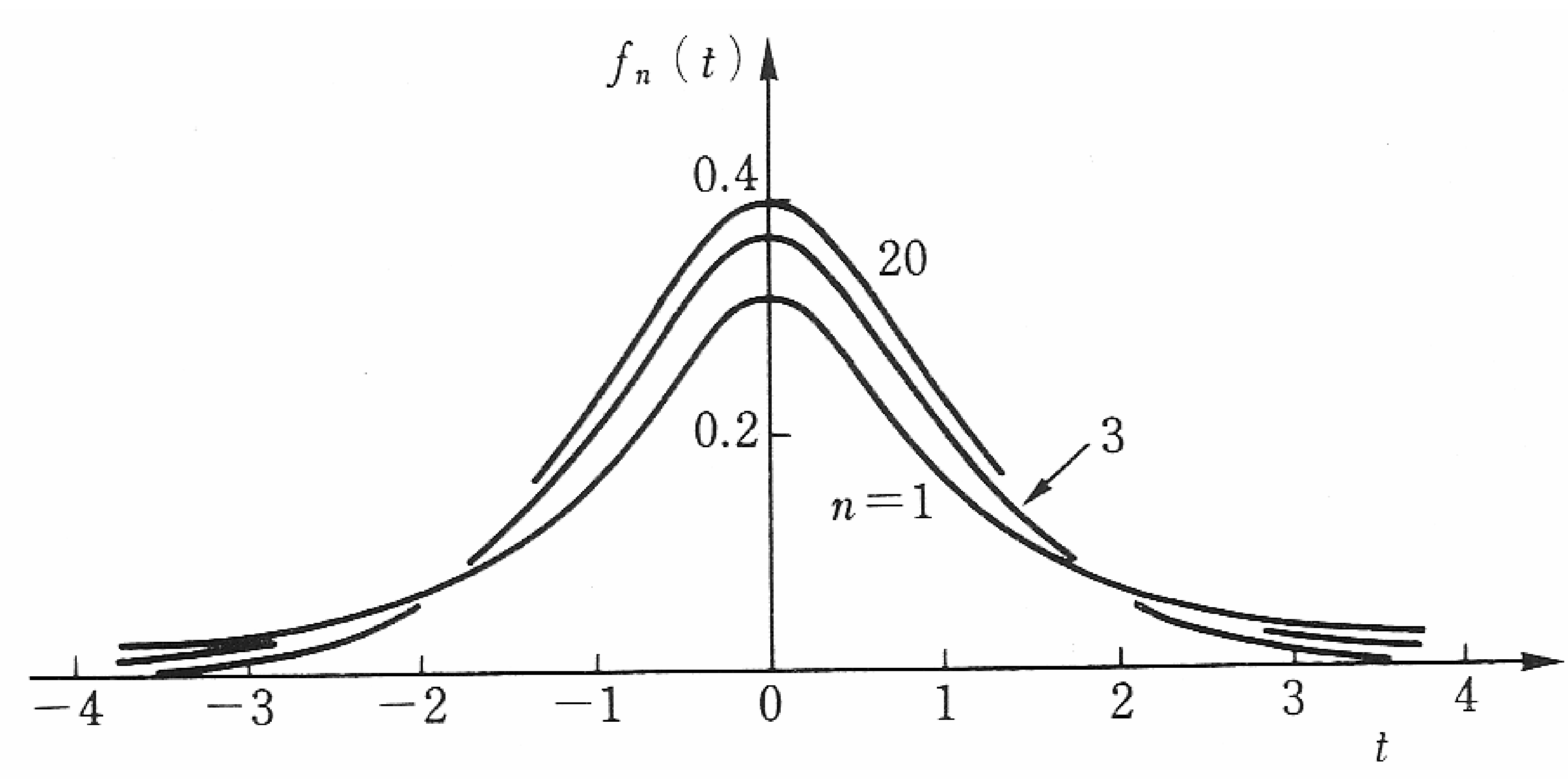
$$1-\alpha = P\left(T_0 - k < T < T_0 + k\right)$$

$$= P\left(T_0 - k < T < T_0 + k\right) = \int_{-t_0}^{t_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$k = \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) t_0$$

t 分布

$$f(t)=\frac{\Gamma\left(\left(n+1\right)/2\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(n/2\right)}\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-\left(n+1\right)/2}$$



$\hat{\sigma}^2$

$t_i^{\,2}$　: 自由度 n の χ^2分布に従う

$$\chi^2 = \sum t_i^{\,2} = \frac{\sum (M_i - T)^2}{\sigma^2} \quad \Longrightarrow \quad 1 - \alpha = P\left(\chi_2^{\,2} < \chi^2 < \chi_1^{\,2}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\alpha}{2} &= P\left(\chi_1^{\,2} < \chi^2\right) \\ 1 - \frac{\alpha}{2} &= P\left(\chi_2^{\,2} < \chi^2\right) \end{aligned}\right\} \quad \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \quad \underline{\sigma}^2 = \frac{\sum (M_i - T)^2}{\chi_2^{\,2}}, \quad \overline{\sigma}^2 = \frac{\sum (M_i - T)^2}{\chi_1^{\,2}}$$

χ２乗分布

$X_1, X_2 \cdots X_n$が $N(0,1)$ に従う

↓

自由度 n の χ^2分布

$$f_n\left(\chi^2\right)=\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(\chi^2\right)^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$