課題１解答

１．電子が原子核のまわりを円運動すれば、常に原子核から力を受け加速度運動をすることになり、接線方向に電磁波を放射してエネルギーを失い、周回半径が減少し、核と合体する。

２．ｉ）定常状態および定常状態間の遷移
　ⅱ）量子条件および古典力学による運動
　ⅲ）リッツの振動数条件

３．方程式

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = mr\omega^2, \qquad E = -\frac{hRc}{n^2} = \frac{mr\omega^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

未知数：　r, ω

４．生物は代謝（エネルギ、物質の交換）を行って、自己維持し、自己複製を行い、環境との相互作用の下に変異・適応・進化する。

５．（a）スケートの刃先にスケーターの全体重がかかり高圧になると、氷は密度を大きくするように変化する。一方、水は4℃の液相で密度最大であり、したがって、スケート刃先下の氷は溶けて水となり、それが潤滑剤として働く。

（b）他の元素と激しく反応することなく、様々な組織を形成することができるように多様な結合方式を持ち、地球上で気液固の３相を循環できるのはⅣ族元素で原子番号の小さい炭素であり、これが生命体の骨格となる。

（c）物質内の電子のエネルギー準位は物質固有の特定の値に定まっており、エネルギー準位間の遷移に伴って吸収または発光される光の波長すなわち色は物質固有となる。

（d）水は固化して氷となると構造を形成して密度が下がる。液体状態の水では温度が上昇するにしたがい分子運動によって密度は下がる。０℃で氷が水へと相変態しても僅かに固体構造は残っており、温度上昇でこの構造が壊されるにしたがい、密度は上がる。この兼ね合いにより4℃で密度最大となる。

（e）血液中のヘモグロビンの鉄原子が肺で酸素とπ結合をし、各臓器へ酸素を輸送する。ここで、一酸化炭素が肺に入りヘモグロビンの鉄とπ結合より強いσ結合をすると、そのヘモグロビンは酸素を輸送できなくなり、臓器が酸素の供給を止められると生命の危機に到る。

課題２解答

１．ニュートンの運動方程式

$$m_i\ddot{\mathbf{r}}_\mathbf{i} = \mathbf{F}_i^{(a)} + \sum_i \mathbf{F}_{ji}$$

の加速度項を力とみなし,仮想仕事野原理

$$\sum_i \mathbf{F}_i^{(a)} \cdot \delta\,\mathbf{r}_i = 0$$

の力の項に代入し，一般化力 Q_j を考えるとダランベールの原理

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j$$

T:　運動エネルギ

が導かれる．力はポテンシャル場 V から与えられるとすると，ラグランジュ方程式

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0$$

$L = T\text{-}V$　ラグランジアン

を得る．

２．(1) 真空管内で、陰極線に電場、磁場をかけ、両者による偏向より電荷と質量の比 (e/m) を測定し、さらに、陰極線は負に帯電した荷電粒子の流れ、その粒子の質量は水素原子の 1/1,000 程であることを示した。電子の粒子性を明確にした。

(2) 二枚の極板間に噴霧器で帯電した油滴を導入し、鉛直な電場を on-off させ、上方向および下方向の一定速度を測り、重力、粘性力、電気力のつりあいより、油滴の電荷を求める実験を多数回繰返し、これらより電子一個の素電荷を求めた。電子の粒子性を明確にした。

(3) 密閉容器中にアルコール、アルゴンの混合気体を封入して過冷却することにより飽和状態にし、荷電粒子、放射線を入射させると気体分子のイオン化が起こり、ここで断熱膨張させるとイオンを凝結核として荷電粒子、放射線の飛跡が観察される。電子の粒子性を明確にした。

(4) 放電管中に Hg の希薄気体を入れ、陰極、ゲート電極、陽極を設置して、ゲート通過電子量を測定したところ、それは電圧変化に対して周期的な増減が現れた。この事実を気体原子が固有エネルギーの整数倍で電子よりエネルギーを吸収したためと考えた。原子の構造を明確にした。

(5) 光電効果を、光は電子一個に対してエネルギーを $h\nu$ のかたまりとして瞬時に与えると解釈し、光の粒子性を明確にした。一方、エネルギー授受の前においても光、電子が体積のない点と考えると光と電子が遭遇する機会は無い。したがって、エネルギー授受

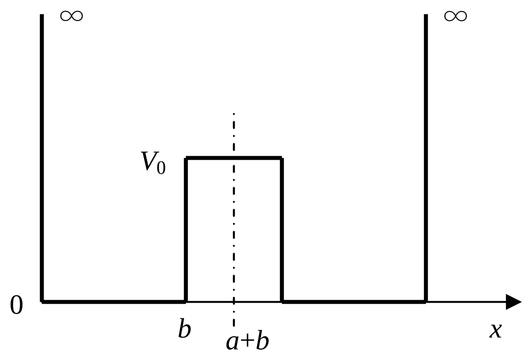
の前、光は空間全体、電子の存在は物質全体に拡がる波動性を考慮しなければならない。

（6）元素の K 殻に関連する特性 X 線と原子番号の間の関係より元素の陽子数を測定することができ，原子番号の意味を明らかにした。

（7）金の薄い箔にヘリウム核からなる正電荷の α 線を当て，正反射する 180 度近くの散乱を観測することにより，原子構造を明らかにした.

課題３解答

ポテンシャルは図のように与えられる。



［基本的考え方］

（1）左半分

（2）第 1 次近似を無限の深さの
　井戸型ポテンシャル

（3）$x = a + b$ 　での接続

状態関数は次式で与えられる。

$0 \le x \le b$ 　で　　　$\psi_1(x) = A\sin kx$

$b < x \le a + b$ 　で　　$\psi_2(x) = Be^{-\kappa x} + Ce^{\kappa x}$

各領域の導関数は次式となる。

$$\psi_1{}'(x) = Ak\cos kx, \quad \psi_2{}'(x) = -\kappa\left(Be^{-\kappa x} - Ce^{\kappa x}\right)$$

$x = b$ での連続条件により

$$A\sin kb = Be^{-\kappa b} + Ce^{\kappa b}, \quad Ak\cos kb = -\kappa\left(Be^{-\kappa b} - Ce^{\kappa b}\right)$$

$x = a + b$ における条件

対称のとき：　$\psi_2(a+b) = Be^{-\kappa(a+b)} + Ce^{\kappa(a+b)} = 0$ 　　$\therefore C = -Be^{-2\kappa(a+b)}$

反対称のとき：　$\psi_2{}'(a+b) = -\kappa\left\{Be^{-\kappa(a+b)} - Ce^{\kappa(a+b)}\right\} = 0$ 　　$\therefore C = Be^{-2\kappa(a+b)}$

対称のときで

$$\frac{\tan kb}{k} = -\frac{1}{\kappa}\cdot\frac{1+e^{-2\kappa a}}{1-e^{-2\kappa a}}$$

$e^{-\kappa a} << 1$ 　とすると

$$\tan kb = -\frac{k}{\kappa}\left(1 + 2e^{-2\kappa a}\right)$$

$k/\kappa << 1$ 　として第 1 近似を求めると

$$\tan k^{(1)}b = 0 \qquad \therefore k^{(1)}b = n\pi$$

$n = 1$　として　$k^{(1)} = \pi / b$

したがって　$E^{(1)} = \left(\hbar k^{(1)}\right)^2 / 2m = h^2 / 8mb^2$

第 2 近似として　$k^{(2)} b = k^{(1)} b + \varepsilon = \pi + \varepsilon$　を代入して

$$\varepsilon \approx -\frac{k^{(1)}}{\kappa^{(1)}}\left(1 + 2e^{-2\kappa^{(1)} a}\right) \qquad \therefore k^{(2)} b \approx \pi - \frac{\pi}{\kappa^{(1)} b}\left(1 + 2e^{-2\kappa^{(1)} a}\right)$$

したがって、エネルギーは次式で与えられる。

$$E = \frac{h^2}{8mb^2} - \frac{h^2}{4mb^3}\frac{1}{\sqrt{V_0 - \frac{h^2}{8mb^2}}}\left(1 + 2e^{-2a\sqrt{V_0 - \frac{h^2}{8mb^2}}}\right)$$

反対称のとき、エネルギーは次式で与えられる。

$$E = \frac{h^2}{8mb^2} - \frac{h^2}{4mb^3}\frac{1}{\sqrt{V_0 - \frac{h^2}{8mb^2}}}\left(1 - 2e^{-2a\sqrt{V_0 - \frac{h^2}{8mb^2}}}\right)$$