

スペクトル比が小さいテイラー渦の数値計算

Computational Fluid Dynamics of Taylor Vortex Flow with Small Aspect Ratio

○学 古川裕之 (名大) 正 渡辺 崇 (名大)
前田俊介 (日本特殊陶業)

Hiroyuki FURUKAWA, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya
Takashi WATANABE, Nagoya University
Syunsuke MAEDA, NGK Spark Plug Co., Ltd., Takatsuji-cho, Mizuho-ku, Nagoya

The Taylor vortex flow between two concentric rotating cylinders with small aspect ratio is analyzed by numerical calculation. Streamline patterns of Taylor vortex flow is classified into three groups. A normal mode with two cells and an anomalous mode with one extra cell or twin vortices are observed in the present numerical study. Unsteady flow appears under certain condition. The unsteady flows with two different Reynolds numbers are investigated at uniform aspect ratio. While the time variation of enstrophy is sinusoidal at the lower Reynolds number, the flow at the higher Reynolds number is not monotonic and it is that where vortices are split by each other.

Key Words: Taylor Vortex Flow, Streamline Pattern, Enstrophy, Unsteady Flow

1 まえがき

上下壁面を固定端とする回転二重円筒間内流れのテイラー渦は、中村らの実験 (1) により複雑な分岐現象を起こすことが分かっており、その分岐現象は前田らの数値計算 (2) でも確認されている。しかしスペクトル比が 1 付近のテイラー渦の挙動については、いまだ報告されておらず、本研究はそれを明らかにすることを目的とする。

2 基礎方程式と計算方法

円筒高さと内外円筒すきまの比をスペクトル比 Γ とし、内円筒半径とすきまの比を開げき比 β とする。レイノルズ数 Re は、すきまを代表長さとし内円筒の回転速度を代表速度とする。今回は中村らの実験との比較のため、開げき比を 2.0 とする。

基礎方程式として以下に示す非保存系ナビエ・ストークス方程式と連続の式を用いる。速度成分を u 、圧力を p 、時間を t とおくと、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\nabla \cdot u)u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 u, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot u = 0, \quad (2)$$

速度境界条件は、上下固定端、内外壁面でスベリなし条件とし、差分法は MAC 法を、格子はスタガード格子、格子幅はそれぞれの方向に等間隔である一様格子を用いる。格子数は半径方向を 80 とし、軸方向はスペクトル比 1 に対して 80 となるよう比例調整する。離散化の方法は、時間に関して一次精度オイラー法を用いる。空間に関しては二次精度中心差分、対流項に対しては QUICK スキームを用いる。圧力のポアソン方程式の解法には前処理付反復法を用いている。

3 流線図のパターン分類

スペクトル比を 0.1 から 1.0 まで 0.1 刻み、 Re 数を 100 から 1500 まで 100 刻みで変える。 Re 数はその条件の Re 数まで急激に上昇させ、その後一定とする。流線図を得るために、流れ関数 ψ を定義する。速度の半径方向、軸方向成分は

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (3)$$

で与えられる。流れ関数の等値線図を流線図とする。実験結果を図 1 に、パターン 1 から 4 の流線図の模式図を図 2 に示す。

スペクトル比が小さい場合と、 Re 数が小さい場合は図 2(a) パターン 1 に示すように、ほぼ上下対称な 2 セルが形成される。上下壁面で外側円筒から内側円筒へ向かう流れが存在し、中央で内側円筒から外側円筒への吹き出しを生ずる正規 2 セルが現れる。スペクトル比が 0.8 から 1.0、 Re 数が 300 から 1000 付近には図 2(b) パターン 2 に示されるように、内外エクストラ渦

を伴う変異 1 セルが現れる。中央の大きな流れは時計まわりに回転し、内外エクストラ渦はそれと逆方向の反時計まわりで回転する。

スペクトル比が 0.6 から 0.9、 Re 数が 1000 から 1500 付近にはパターン 3 に示されるようなツイン渦が現れる。ツイン渦ではエクストラ渦と違い、上下端面上に付着点が存在する。図 2(c) では、時計まわりに回転する流れをはさみ、両側に反時計まわりに回転する流れがある。

図 1 中の * は、パターン 4 に示すように対称性が著しく失われた正規 2 セルである。

4 非定常パターン

図 1 中の Rotation の部分は、定常な流線パターンではなく、非定常な流線パターンが現れる領域である。これらはほぼ一定の周期でパターン変化を繰り返す。

流体の渦度 2 乗値から求められるエンストロフィーを Θ としよう。スペクトル比 0.5 で、 Re 数 600 と 1200 の場合の、 Θ の全周方向断面積分値の時間変化をそれぞれ図 3 と図 4 に、図 4 中の時点 1 から時点 6 における流線図を図 5 に示す。図 3、4 を比較すると、図 3 はほぼ正弦波形をしているのに対し、 Re 数の大きい図 4 では、正弦波形から大きくずれて、時点 4 から時点 5 への積分値の減少が急になっている。

Re 数が 1200 の場合の流線図の時間変化を図 5 に示す。図 5(a) は、図 4 の時点 1 における流線図を示す。半径方向に 4 つの渦が存在する。エンストロフィーが増加するにつれ、図 5(b) のように一番外側の渦が消滅し、渦は 3 つになる。そして図 5(c)

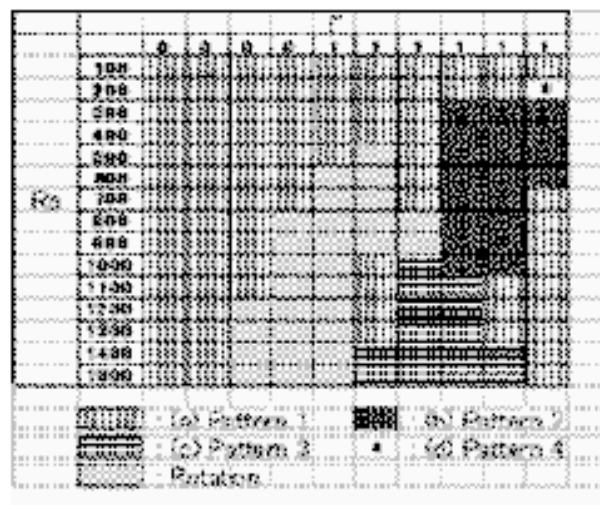


図 1: Streamline pattern

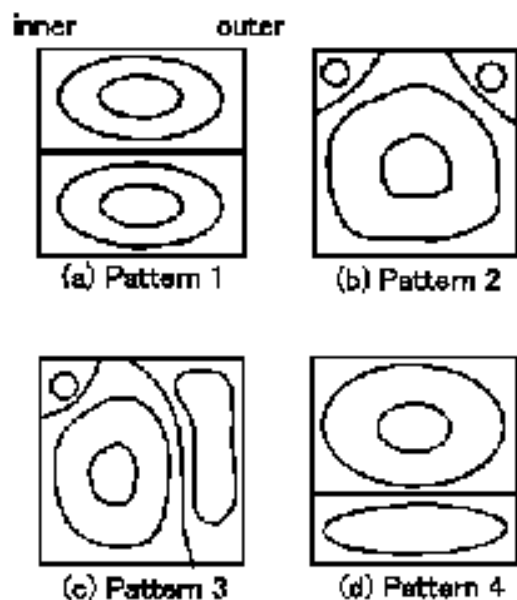


図 2: Characteristic sketch of streamlines

のように3つの渦のうち、両側の渦が接近し始め、図5(d)のようにひとつの大きな渦になり、この時点でエンストロフィーは最大になる。その後、図5(e)のように下側の渦が上側の渦に押し出されて内側に追いやられ、図5(f)のようにお互いを二分して、再び半径方向に4つの渦を形成する。図5(f)は図5(a)と上下逆になっており、図4のエンストロフィー図に現れる波形の2周期が、非定常運動の1周期に相当する。

Re数が600の場合はエネルギーが低いため、それぞれの渦は他の渦を二分するほどのエネルギーを持っておらず、Re数が1200の場合のように、一方の渦が他方の渦を分断するようなことはない。

5 結論

アスペクト比が小さいテイラー渦の数値計算を行い、以下のような結論を得た。

- (1) アスペクト比が0.1から1.0で、Re数100から1500の場合の流線図のパターンを分類し、正規2セル、変異1セル、エクストラ渦、ツイン渦の存在を確認した。
- (2) アスペクト比0.5において、Re数が600の場合は総エン

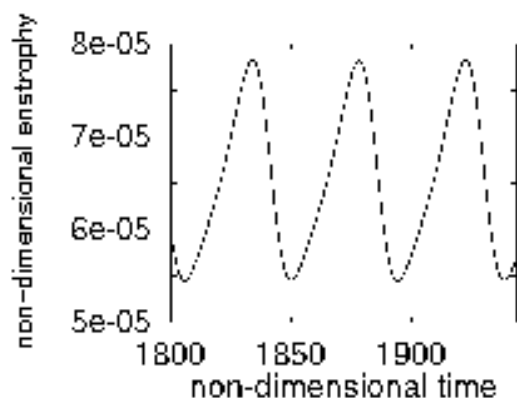


図 3: Non-dimensional enstrophy graph. Reynolds number is 600

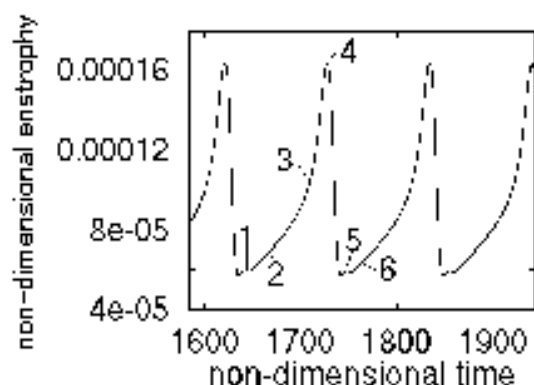


図 4: Non-dimensional enstrophy graph. Reynolds number is 1200

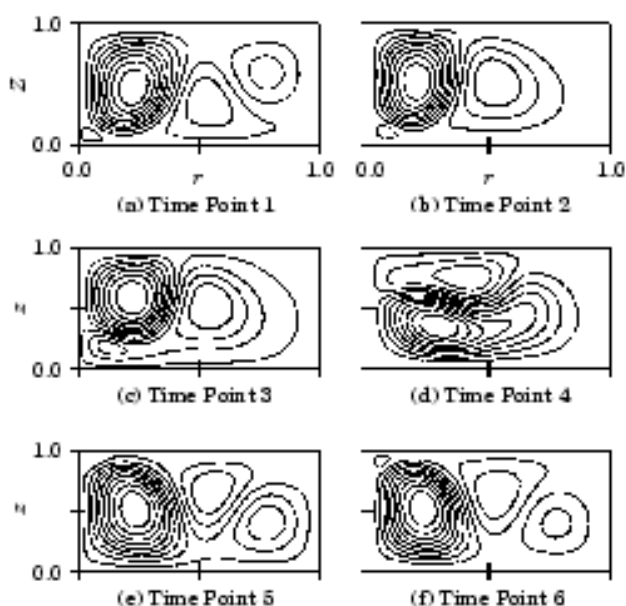


図 5: Variations of streamlines

ストロフィーが正弦波的に変化し、Re数が1200の場合は総エンストロフィーの変化が正弦波からはずれ、お互いの渦がそれぞれを分断するような運動をする。

文献

- (1) 中村育雄・戸谷順信・山下新太郎・植木良昇, 機論, 56-522, B (1990), pp. 307-313.
- (2) Watanabe, T., Maeda, S., Proc. JSME ICFE-97, Vol. 1 (1997), pp. 551-556.