

低アスペクト比テイラーケット流の非線形モード形成に関する数値解析

Numerical Simulation of the Nonlinear Mode Formation in Taylor-Couette Flows at Low Aspect Ratios

○学 梅村 宜生 (名大院) 正 渡辺 崇 (名大)
 正 古川 裕之 (名大院) 正 中村 育雄 (名城大)

Norio UMEMURA, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya
 Takashi WATANABE, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya
 Hiroyuki FURUKAWA, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya
 Ikuo NAKAMURA, Meijo University, Shiogamaguchi, Tenpaku-ku, Nagoya

Key Words : Taylor-Couette Flow, Nonlinear Phenomenon, Flow Pattern Transition, Three-Dimensional Flow, Small Aspect Ratio, Computational Fluid Dynamics

1. まえがき

回転 2 重円管内流れの数値解析によるこれまでの研究は、十分発達した定常流、波動流の形態、あるいはそれらの安定性を明らかにしている⁽¹⁾。また、アスペクト比の小さいテイラー渦流れについての、流動パターンの形成過程の解析は、古川ら⁽²⁾の 2 次元数値解析によって行われている。

本研究では、アスペクト比が 1 のオーダであり、初期の静止状態から内円筒が一定速度へ急激に増速する回転 2 重円筒のテイラー渦流れを、3 次元数値解析により調べる。そして、時間発展としてのモード形成過程と、準安定状態での最終モードについて予測する。

2. 支配方程式と計算条件

内外円筒の半径比を 0.667, すきまと円筒高さの比をアスペクト比 Γ とする。レイノルズ数 Re は、すきまを代表長さ、内円筒回転速度を代表速度として定義する。支配方程式は、円筒座標系 (r, θ, z) の Navier-Stokes 方程式と連続の式である。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで t は時間である。流れを可視化するにあたって、以下の関係にある関数 ϕ を用いる。

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad \mathbf{w} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (3)$$

支配方程式の離散化は MAC 法に基づく。また、初期条件として全領域で速度ゼロ、境界条件として壁面ですべりなしの条件を与える。物理量は無次元とする。

3. 解析結果

3-1 最終モードの予測

アスペクト比を 0.5 から 1.2 まで 0.1 刻み、レイノルズ数を 100 から 1500 まで 100 刻みの合計 120 種類の条件をとった。各条件での最終モードを Fig. 1 に示す。最終モードの定義として、各壁面でのトルクの時間的相対変動が 10^{-4} 未満で落ち着くものを軸対称の流れ、トルクの時間的相対変動が 10^{-4} 未満で必ずしも落ち着かないものを波動の流れとする。Fig. 1 の太線は、軸対称と波動の流れの境界を示す。

正規 2 セルモード (N2) は、上下端面近傍において流れが外側円筒から内側円筒へ向かう、セル数が 2 の流れである。変異 1 セルモード (A1) は、上端面において内側円筒から外側円筒、下端面において外側円筒から内側円筒への、

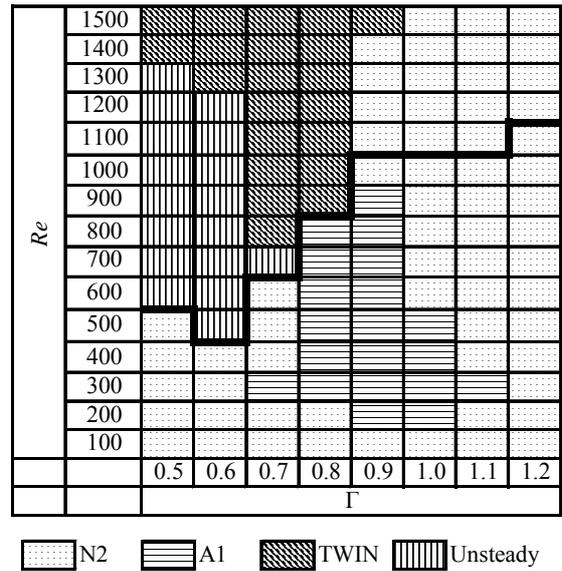


Fig. 1 Final flow patterns obtained by 3-dimensional numerical calculation

セル数 1 の時計回りの流れ、あるいはその逆回りのセル数 1 の反時計回りの流れである。ツインセルモード (TWIN) は、半径方向に 2 つのセルが並ぶ流れである。非定常モード (Unsteady mode) は、時間経過において安定しない流れである。

現れる 4 つのモードは、戸谷ら⁽³⁾の可視化実験によって確かめられているモードと一致する。最終モードの分布は、古川ら⁽²⁾の 2 次元解析の最終モード分布と比べると、およその分布は一致しているが、変異 1 セルモードおよび非定常モードの出現は多く見られる。

3-2 モード形成過程

正規 1 セルモードの形成過程は軸対称である。Fig. 2 は、 $\Gamma=0.9, Re=400$ のときの、方位角 60° 断面における、 $r-z$ 断面での関数 ϕ 等値線図である。横軸、縦軸はそれぞれ円筒座標系の r 方向と z 方向であり、左端は内側円筒壁面、右端は外側円筒壁面を示す。また、Fig. 3 は $\theta-z$ 断面での周方向速度成分の等値線図を示し、横軸および縦軸は r 方向と θ 方向、左端は方位角ゼロ、右端は方位角 2π を示す。各時間における濃淡に対する数値は、必ずしも一定でない。最初に現れるモードは正規 2 セルモードであり、後に変異 1 セルモードへと変化する。変異 1 セルモードへの変化の過程

において、Fig. 3 に示すように、軸対称性は保持される。正規 2 セルモードでの上側のセルが、軸対称的に成長し、他方のセルを押しつぶしながら、変異 1 セルモードへ変化する。押しつぶされたセルは、 r - z 断面の角部へ追いやられ、小さなエクストラ渦へと減衰する。エクストラ渦の存在は、戸谷ら⁽³⁾の可視化実験でも明らかにされている。

Fig. 4 は $\Gamma=0.6$, $Re=500$ のときの、方位角 60° における r - z 断面での関数 ψ 等値線図である。Fig. 5 は θ - z 断面での周方向速度等値線図である。この条件でも最初に正規 2 セルモードが現れるが、後に、2つのセルの大きさが周期的に変わる、非正常モードへと変化する。周期的変動を開始した初期の段階 ($t=309.375$) では、軸対称を保持している。低レイノルズ数の非正常モードの形成直後の段階においては軸対称性の流れが見られるが、最終的に、非正常モードはすべて波動の流れとなり、レイノルズ数が高いほど、非軸対称性は強くなる。

Fig. 6 および Fig. 7 は、十分に発達したツインセルモードの流れの様子である。Fig. 6 は、各方位角における r - z 断面での関数 ψ 等値線図、Fig. 7 は r - θ 断面での周方向速度成分の等値線図を示す。Fig. 1 に示されるように、ツインセルモードを最終モードとする流れはすべて波動である。Fig. 6 より、半径方向へセル形状が大きく変化することが分かる。この現象は、半径方向にセルの並ぶツインセルモードの特徴である。また、Fig. 7 より、ツインセルモードでは、セルの形状が、周方向に対して、空間的、時間的に変化することが分かる。

4. まとめ

内円筒が急激に増速するテイラー渦流れに関して、アスペクト比が 1 のオーダであるときのモード形成過程と最終モードについて 3 次元数値解析を行った。その結果、3 次元数値解析による最終モードの分析は、2 次元解析、あるいは可視化実験と同じ最終モードを与えることを確かめた。また、正規 2 セルモードから変異 1 セルモードへの変化の過程は軸対称の流れであるが、非正常モードの形成過程では非軸対称性の流れであること、さらに、ツインセルモードは、半径方向に対してセル形状の変化が著しいことを示した。

参考文献

- (1) Koschmieder, E.L., Benard Cells and Taylor Vortices, Cambridge Univ. Press, (1993).
- (2) 古川・渡辺・戸谷・中村, 機論, 66-643, B(2000), 655-662.
- (3) 戸谷・中村・山下・植木, 機論, 58-546, B(1992), 305-312.

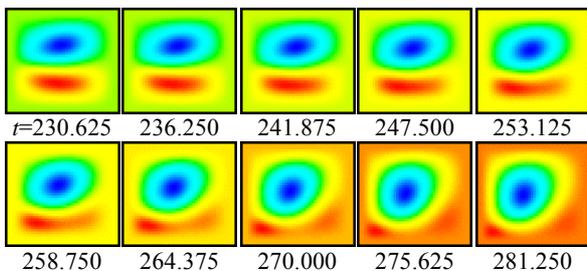


Fig. 2 Flows during mode transition from N2 to A1 ($\Gamma=0.9$, $Re=400$, $\theta=60^\circ$)

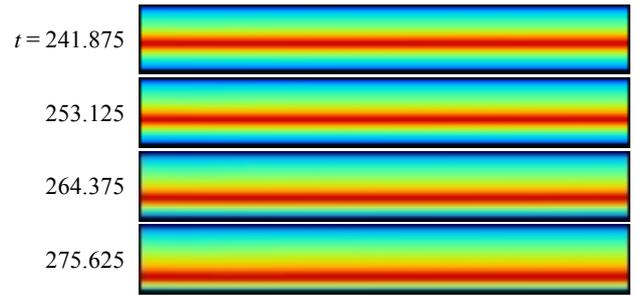


Fig. 3 Development of contour of circumference velocity from N2 to A1 ($\Gamma=0.9$, $Re=400$, $r=2.1125$)

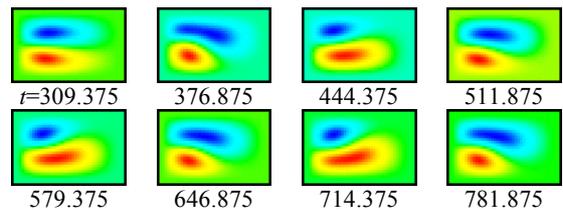


Fig. 4 Flow development in Unsteady mode ($\Gamma=0.6$, $Re=500$, $\theta=60^\circ$)

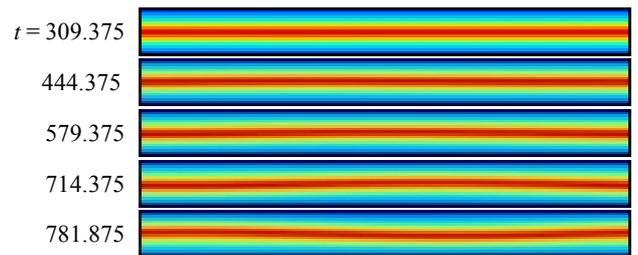


Fig. 5 Contour of circumference velocity in Unsteady mode ($\Gamma=0.6$, $Re=500$, $r=2.1125$)

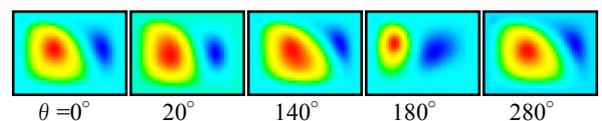


Fig. 6 Contour of flow pattern at TWIN cell mode ($\Gamma=0.7$, $Re=1500$, $t=455.625$)

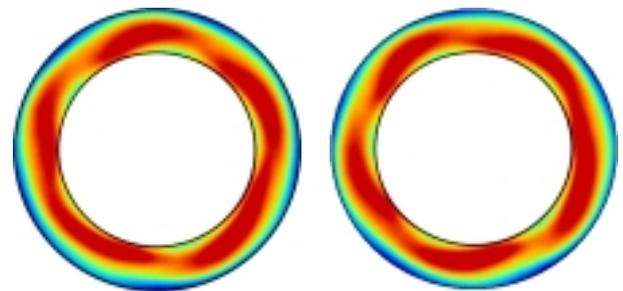


Fig. 7 Contour of circumference velocity ($\Gamma=0.7$, $Re=1500$, $z=0.110$)