

低アスペクト比のテイラー渦流れに現れる非定常モードの形成過程

Unsteady Mode Formation in Taylor Vortex Flow with Small Aspect Ratios

学 梅村 宜生 (名大院) 正 渡辺 崇 (名大) 正 中村 育雄 (名城大)

Norio UMEMURA, Takashi WATANABE
Graduate School of Human Informatics, Nagoya University, Nagoya 464-8601
Ikuro NAKAMURA
Faculty of Science and Technology, Meijo University, Nagoya 468-8502

Key Words: Taylor-Couette Flow, Short Annulus, Nonlinear Phenomenon, Unsteady Mode Transition, Three-Dimensional Calculation

1. 緒論

有限長の回転 2 重円管内に生じるテイラー渦流れでは, Benjamin⁽¹⁾の物理実験以来, 多様な流れのモードが発見されている. アスペクト比が 1 のオーダでは, 戸谷ら⁽²⁾の実験により, 多様なモードの存在が確認されているほか, 古川ら⁽³⁾の 2 次元数値解析により, 時間的に安定しない非定常モードの存在が確認されている. しかし, これまでの研究は, 十分に発達した流れを対象としており, モードの形成過程には着目していない.

本研究では, アスペクト比を 1 のオーダとし, 外側円管と円管端面が静止し, 内側円管が初期の静止状態から一定速度まで急激に増速する場合の流れを 3 次元数値解析し, 非定常モード形成過程を, 従来の体積平均のエンストロフィと, 新たに導入した周方向速度の分散値の観点から明らかにする.

2. 計算手法

内外円管の半径比を 0.667, 円管の隙間に対する円管高さの比をアスペクト比 Γ とする. レイノルズ数 Re は, 円管の隙間を代表長さ, 円管回転速度を代表速度として見積もる. 支配方程式は, 円筒座標系 (r, θ, z) の Navier-Stokes 方程式と連続の式である.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

ここで t は, 代表時間 = (代表長さ / 代表速度) で無次元化した時間である. 流れの時間的な変化を大局的にとらえるために, 体積平均エンストロフィ Ω を以下の式で定義する.

$$\Omega = \frac{1}{S} \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 r dz d\theta dr, \quad (3)$$

S は円管に挟まれた体積, L は円管高さである. 流れの軸対称性の指標として, 以下の式で定義する周方向速度の分散値 $V(r, t)$ を用いる.

$$V(r, t) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \left\{ v - \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} v r d\theta \right\}^2 r d\theta dz, \quad (4)$$

$r = 2.1125$ 断面における分散値が 5.0×10^{-5} 未満の流れを軸対称, それ以外を波動と分類する. また, 可視化のために以下の関係にある関数 ψ を用いる.

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (5)$$

3. 結果

非定常モードは, 軸方向に並んだ 2 つのセルが, 交互に押しつぶすことで, 分離, 結合を繰り返す, 時間依存のモードである. 本研究では, エンストロフィの時間的な変化が完全ではないがほぼ同じオーダの振幅を繰り返すタイプ, 急激に小さな変動へ落ち着くタイプ, うなりを伴うタイプ, 不規則な変化を続けるタイプの, 4 種類の非定常モードを見出した.

type 1. 同じオーダの振幅を繰り返すタイプ

$\Gamma = 0.5, Re = 600$ で発現するタイプ 1 の変動を, Fig. 1 に示す. Fig. 1 では, 軸方向に並んだ 2 つのセルが交互に押しつぶす運動を始める時間 ($t = 200$) において, エンストロフィが極大値および極小値を繰り返す状態へ変化する. $t = 1000$ を経過すると, 流れは急激に波動へ移行し, エンストロフィの振幅は減少するが, $t = 2000$ で再び, 同じオーダの振幅を繰り返す状態となる. セルは, 極大値では軸方向に並ぶ状態, 極小値では半径方向に並ぶ状態であり, 古川らの見解と一致する.

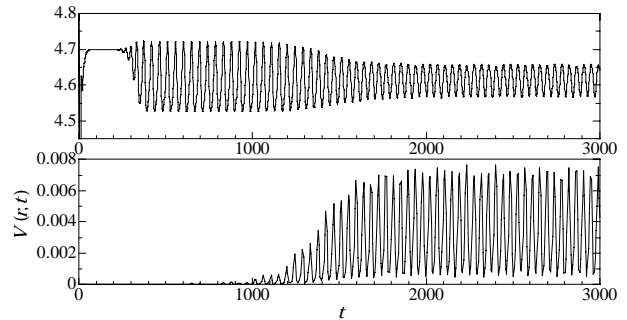


Fig. 1 Time variations of Enstrophy and $V(r, t)$ (type 1) ($\Gamma = 0.5, Re = 600, r = 2.1125$)

type 2. 急激に小さな変動へ落ち着くタイプ

$\Gamma = 0.6, Re = 900$ で発現するタイプ 2 の変動を, Fig. 2(a) に示す. Fig. 2(a) では, セルが交互に押しつぶす運動を始める時間 ($t = 400$) より, エンストロフィは激しく増減するが, $t = 700$ を経過すると, 急激に小さな変動に落ち着く. $r-z$ 断面での流れの様子を Fig. 2(b) に示す. Fig. 2(b) は, 左側が内側円管壁面, 右側が外側円管壁面であり, 関数 ψ の等値線図を示す. セルは, エンストロフィの極小値 ($t = 551$) において半径方向に並ぶ状態, 極大値 ($t = 664$) において軸方向に並ぶ状態となる. セルは, エンストロフィの増減とともに, 分離, 結合を繰り返すが, エンストロフィが落ち着くと, 変動はするものの, 半径方向に並んだ状態を保つ.

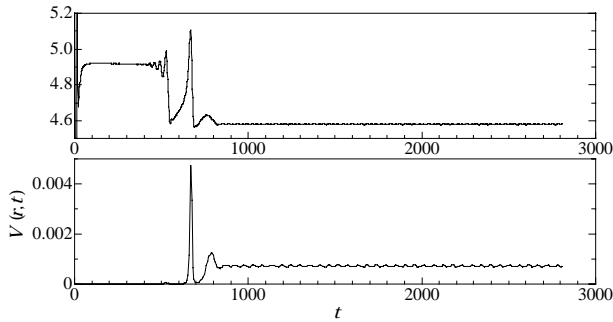


Fig. 2(a) Time variations of Enstrophy and $V(r, t)$ (type 2)
($\Gamma = 0.6, Re = 900, r = 2.1125$)

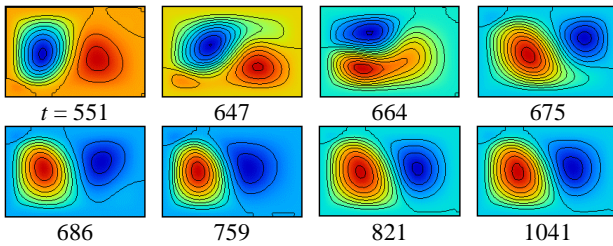


Fig. 2(b) Variation of ψ contours (type 2)
($\Gamma = 0.6, Re = 900, \theta = \pi/3$)

type 3. うなりを伴うタイプ

$\Gamma = 0.4, Re = 1000$ で発現するタイプ 3 の変動を, Fig. 3 に示す. Fig. 3 では, セルが交互に押しつぶす運動を始める時間 ($t = 200$) よりエンストロフィが激しく変動する. さらに時間が経過すると, $t = 1100, t = 1900$ および $t = 2700$ において振幅が減少する, うなりを伴った変動へ発展する. セルは, 極大値において軸方向に並ぶ状態, 極小値において半径方向に並ぶ状態である. 最終的には, 完全にではないが, 同じオーダの振幅が続く流れに発展する.

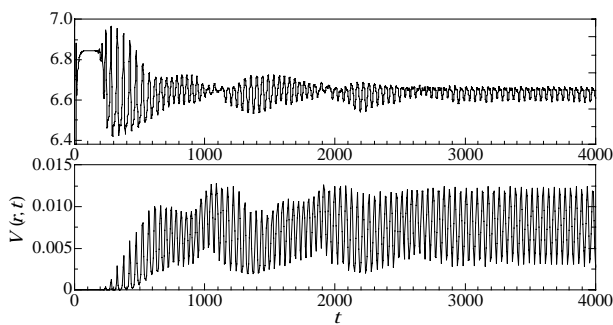


Fig. 3 Time variations of Enstrophy and $V(r, t)$ (type 3)
($\Gamma = 0.4, Re = 1000, r = 2.1125$)

type 4. 不規則なタイプ

$\Gamma = 0.4, Re = 1300$ で発現するタイプ 4 の変動を, Fig. 4 に示す. Fig. 4 では, セルが交互に押しつぶす運動を始める時間 ($t = 200$) において, エンストロフィは増減する. この挙動により非正常モードを形成し, エンストロフィおよび $V(r, t)$ は激しく増減するが, 時間発展において, 変動に規則性はない. セルは, 極大値において軸方向に並ぶ状態, 極小値において半径方向に並ぶ状態である.

非正常モードにおける, これらの 4 つのタイプは, Fig. 5 に示す分布で現れる. 同じオーダの振幅を続けるタイプは,

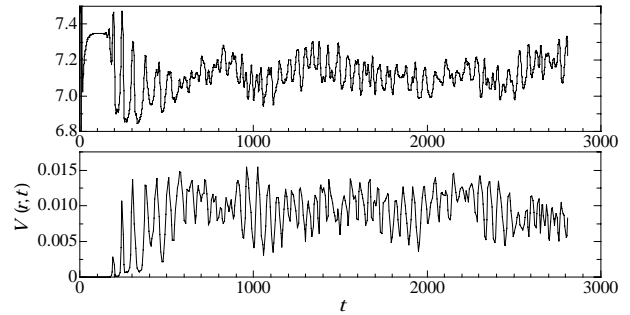


Fig. 4 Time variations of Enstrophy and $V(r, t)$ (type 4)
($\Gamma = 0.4, Re = 1300, r = 2.1125$)

比較的低レイノルズ数において現れる. 急激に小さな変動へ落ち着くタイプは, 高レイノルズ数において現れる. また, 変動が不規則なタイプは中域に現れ, うなりを伴うタイプは, 同じオーダが続くタイプと, 変動が不規則なタイプの間に現れる.

Re	1500	type 4						
	1400	type 1	type 4					
	1300	type 1	type 4	type 2				
	1200	type 1	type 4	type 2				
	1100	type 4		type 4				
	1000	type 3		type 2				
	900	type 1	type 4	type 2				
	800	type 1	type 2					
	700	type 4		type 1	type 2			
	600	type 1	type 1					
500			type 1					
400			type 1					
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
		Γ						

Fig. 5 Diagram of four types of unsteady mode

4. 結論

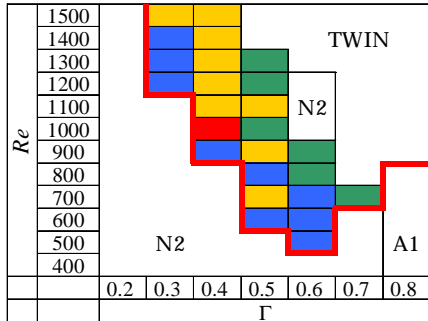
内側円管が急激に増速するテイラー渦流れに関して, アスペクト比が 1 のオーダに現れる非正常モードを, 3 次元数値解析により調べた. 体積平均エンストロフィおよび新たに導入した周方向速度分散値の時間的変化を調べ, 形成過程を分類した.

非正常モードの形成過程には, 4 つのタイプが存在する. エンストロフィの時間的変化が, 同じオーダの極大値と極小値を繰り返すタイプ, 急激に小さな変動に落ち着くタイプ, うなりを伴うタイプ, 規則性を持たないタイプの 4 つである. 各タイプにおいて, セルは分離, 結合を繰り返し, エンストロフィの値の極大ではセルは軸方向に並ぶ状態, 極小では半径方向に並ぶ状態である. また, エンストロフィが落ち着く場合, セルは, 落ち着きとともに分離, 結合を行わず, 半径方向に並ぶ状態を保持する.

本研究の一部は日本學術振興会研究費補助金によることを記し, 謝意を表す.

参考文献

- (1) Benjamin T. B., Notes on the multiplicity of flows in the Taylor experiment, J. Fluid Mech.(1982), vol. 121, 219-230.
- (2) 戸谷・中村・山下・植木, 機論, 58-546, B(1992), 305-312.
- (3) 古川・渡辺・戸谷・中村, 機論, 66-643, B(2000), 655-662.



- quasi-periodic variation (type 1)
- variation with rapid decrease (type 2)
- variation with beats (type 3)
- non-periodic variation (type 4)

- | | |
|---|---------------------------|
| 1 | 同じオーダの振幅を繰り返すタイプ (type 1) |
| 2 | 急激に小さな変動へ落ち着くタイプ (type 2) |
| 3 | うなりを伴うタイプ (type 3) |
| 4 | 不規則なタイプ (type 4) |