

# 言語行為としての数学

久木田水生

日本応用哲学会

ワークショップ「数学に対するオルタナティブアプローチ」

2014年5月11日

We have not got to go very far back in the history of philosophy to find philosophers assuming more or less as a matter of course that the sole business, the sole interesting business, of any utterance—that is, of anything we say—is to be true or at least false. (Austin [1], 233)

## 1 序

数学の哲学における最重要の課題の一つは、数学的命題の意味を解釈する方法（数学の言語に対する意味理論）を提案することである。そしてこれは数学的命題によって言及される対象をどのようなものと考えるか、という点で数学における存在論と密接に関わっている。従来の数学の哲学の伝統においては、数学的命題はその発話とは切り離されて考えられ、客観的事実を述べる陳述的文として解釈されてきた。そしてこのことは数学の哲学において大きな困難を引き起こしてきた。

そこで本発表においては「数学とはいかなる言語行為であるか」という点に注目して、数学的命題を発話行為に照らして解釈をする方法を提案する。本発表の主張は「数学的命題のあるものは遂行的発話行為を伴ったものであり、その言語行為と独立の真理値を持つのではない」ということである。

本発表の主張は数学の哲学においていくつかの重要な含意を持つ。一つは、それが if-thenism を強く支持する、ということである。また本発表の主張は、ある種の構造主義とよく調和する。さらにそれはフィクションナリズムとも整合的である。

## 2 発話内行為と遂行的発話

数学の哲学（あるいは分析哲学一般）において標準的な、指示的・真理条件的意味論においては、発話された文や語はそれ自体として分析され、それを発話するという行為からは切り離されて扱われる。これに対して言語行為論においては、文や語それ自体よりも、それを発話するという行為に焦点を当てる。

言語行為の創始者であるオースティンは、一つの発話には以下の三つの異なる行為が含まれることを指摘した。すなわち (1) 発話行為 locutionary act, (2) 発話内行為 illocutionary act, そして (3) 発話媒介行為 perlocutionary act である。大雑把に言って (1) はある語や文を口にするという行為, (2) は (1) によって達成されることを話者が意図した行為, そして (3) は (1) の結果として（話者の意図と必ずしも関係なく）達成される行為である。例を挙げよう。例えば私が一匹の猫を指差して「この猫を『ポチ』と命名する」と言った

とする。この意味のある音声の発声が発話行為である。この発話によって私はその猫の命名を達成した。これが発話内行為である。さらにこの行為の結果として、私は周囲の人々を苦笑させたとする。この時、周囲の人を苦笑させるということは、この発話の発話媒介行為である。

オースティンによれば発話内行為は言語的・社会的な慣習による制約を受けたものである。先ほどの例で言えば、「この猫を『ポチ』と命名する」という文の発話が実際に命名を達成するためには、私がある猫に名前をつける権利を持つ（典型的にはその猫の飼い主である）ことや、その猫が名前のないものとして私と聞き手に認識されていることなどが必要である。また命名という発話内行為はしかるべき言語形式を持った文を発話することではじめて可能である。しかし周囲の人々を苦笑させるという行為は特定の社会的・言語的慣習によって制約を受けていない\*1。

発話内行為の典型的なものは、命名の例に見るような、発話することそれ自体がその発話で記述された行為を遂行することになっている、というものである。オースティンはこのような発話を遂行的発話 *performative utterances* と呼んだ\*2。遂行的発話には、他に「私は・・・と約束する」、「私は・・・と命じる」などがある。これらはすべて、その発話がその文で描写されている行為の遂行になっている。遂行的発話は通常の陳述言明——「雪は白い」、「彼は私にタバコを止めると約束した」——と同じような意味では真でも偽でもない。それは当の発話と独立の何らかの事態を描写したり描写し損なったりするものではないのである。そうではなく遂行的発話は、その発話によってそれを話者と聞き手の間に了解されたある種の制度的事実を成立させるものである。そしてその事実は発話の後でも、話者と聞き手に対して継続する効果を及ぼしうる\*3。例えば話者 S が聞き手 L に「私は君に必要な資金を融資する」と言った場合、通常この発話以降、S は L に対して必要な資金を融資する義務を負い、そしてその義務は彼が実際に約束した融資を行うまで効力を発揮しつづける。

私たちの目的にとってより興味深い遂行文の例は規則を制定するために使われる遂行文である。例えば「ここに駐車した方には罰金 2 万円を支払っていただきます」というような貼紙は事実についての陳述ではなく、規則を制定する遂行的発話であろう。これが興味深いのは、この遂行文には特定の主語が含まれていないからである。英語で表現すれば主語は“You”になるのであろうが、これは特定の誰かをさすのではなく、その貼紙を読む任意不特定の人を指している。従ってこの遂行的発話が成立させている制度的事実には、不確定の対象が含まれる。この点で、このような発話は現代の標準的な記号論理の枠組みでは捉え切れない。

遂行文が常に明示的に、その発話行為を描写する動詞を含んでいる訳ではない、ということに注意しておこう。例えば「この猫の名前は『ポチ』だ」、「君に必要な資金を私に融資させて欲しい」という発話はそれぞれ命名と約束を成立させる遂行的発話の役割を果たしうる（そうでない場合もありうるが）。従って、その発話が遂行的であるか否かは、そこで発話されている文の構文論的特徴だけから判断できるものではなく、その文によって話者が何を意図しているのかを考えなければならない。

### 3 伝統的見解とベナセラフのジレンマ

本発表の主たる提案は、数学的言明はある種の遂行的発話として解釈されるべきだ、ということである。数学的言明は、構文論的には陳述文と同じ形式を持っており、それゆえ伝統的に陳述的なもの——すなわち事実について報告することを意図されており、事実がどうであるかに従って真あるいは偽になるような言明——と

\*1 ただし中園 [9] によれば発話内行為と発話媒介的行為の区別は必ずしも絶対的なものではない。

\*2 Cf. Austin [1].

\*3 発話内行為の持つ長期的効果についての考察に関しては、中園 *ibid.* を参照。また遂行的発話を持つ、制度的な事実を成立させる指令的側面については Millikan [6] を参照。

して解釈されるのが一般的である。「数学的言明は陳述文である」という前提は当然と受け取られ、ほとんど疑われることがなかった。例えばベナセラフは「数学的真理」と題された論文の中で、数学的真理の本質についての説明を動機付けてきた関心には二つのものがあり、その一つは「数学的命題に対する意味論と、言語のその他の部分に対する意味論とパラレルであるような、等質的な意味の理論を持つことに対する関心」(Benacerraf [2], 403)であり、もう一つは「数学的真理の説明が合理的な認識論 reasonable epistemology とうまく調和する、という関心」としている。ここで「言語のその他の部分に対する意味論」によって彼が意図しているのはタルスキ流の指示的意味論 (referential semantics) であり、また「合理的な認識論」とは因果的認識論 (認識は因果的に得られるとする説明) である。彼はこの関心によって動機付けられている人々は自分たちが「少なくとも哲学的に重要な言語の断片」に対しては、そのような意味論を持っていると考えている、と述べる。そして彼自身も次のように述べるのである。

同様に私たちが語る、議論する、理論を立てる、数学を行うなどする言語に対する真理理論は、類似の文に対しては類似の真理条件を提供するべきである。(Benacerraf [2], 404)

彼は次の二つの文を例に挙げる。

(1) ニューヨークよりも古い大きな都市が少なくとも三つ存在する。

There are at least three large cities older than New York.

(2) 17 よりも大きな完全数が少なくとも三つ存在する。

There are at least three perfect numbers greater than 17.

これらはどちらも

(3)  $a$  に対して  $R$  を持つ  $F$  なる  $G$  が少なくとも三つ存在する

There are at least three  $FG$ 's that bear  $R$  to  $a$

という形式を持っており、それゆえに意味論の等質性の要件が満たされるべきであるならば、同様の仕方で説明されなければならない、とベナセラフは述べる。そして彼によればそのような説明はタルスキ流の意味論のみである。

しかしベナセラフは実際にはこのような説明は困難を伴う、と言う。というのも、それは数学的真理の説明を動機付けるもう一つの関心と衝突するからである。その関心とは、数学的知識に対して、他の領域での私たちの知識に対する理論と連続的な理論を持つ、という関心である。彼は特に、「知識は因果的に獲得される」という認識論を念頭においている。数学的命題に対するタルスキ流の指示的意味論は、日常的な認識論と連続的な認識論を数学に対して持つことを不可能にする。それゆえ数学的真理に対して、私たちが満足させるような意味論を持つことは困難だ、とベナセラフは指摘する。彼が指摘したこの困難は「ベナセラフのジレンマ」と呼ばれている。一言で言えばこのジレンマは、数学に対して自然な意味論を取ろうとすれば自然な認識論を諦めなければならず、自然な認識論を取ろうとすれば自然な意味論を諦めなければならず、というものである。

これに対して私は、ベナセラフがここで考えている意味論 (すなわちタルスキ流の指示的意味論) が日常言語に対する唯一自然な意味論ではない、と主張する。2 節で見たように、日常言語には遂行文という、真とも偽とも言えない文が存在する。そしてそれを「哲学的に重要」ではないと断じることは単なる偏見、ドグマでしかない。また仮にそれが哲学的に重要でなかったとしても、それが数学的言明を解釈するための適切な枠組みを提供するかどうかは別問題である。そうでなければベナセラフのジレンマは単に、哲学者にとって重要な意味論の枠組みを数学に適用することができない、ということを行っているだけである。またベナセラフは日

常言語の陳述文と数学的言明の形式上の類似性によって、それらが同種の文であり同種の意味論を要求すると考えるが、しかし既に見たように構文論的特徴の類似性が同じ意味論を要求する訳ではない。「この猫の名前は『ポチ』だ」という文は、状況によっては命名という遂行的発話を行っているとも解釈できるし、また事実を表明する陳述文と解釈することもできる。前者だとすればこの文は真偽を問われるべきものではなく、従ってもちろんタルスキ流の真理理論の枠組みで捉えられるものではない。むしろこの言明によって、以後、この猫の名前は「ポチ」ということに定まるのである。一方、これが陳述文であるとすればこの文は真であるかもしれない、偽であるかもしれない。この場合はこの言明はタルスキ流の真理理論の枠組みで分析されうるだろう。もし数学的言明がその見かけに反して陳述文ではなく遂行文なのだとして、私たちはベナセラフのジレンマを回避することができるかもしれない。

## 4 定義としての公理

「公理」という言葉は辞書的には「証明する必要がないほど自明の事柄であり、それを出発点として他の命題を証明する基本命題」という意味と、「数学の理論体系で定理を証明する前提として仮定するいくつかの事柄」という意味がある<sup>\*4</sup>。前者の意味での公理は確かに陳述的であり、真偽が問えるものである。しかし後者の意味での公理は、そこから定理を導出するために置かれる仮定であり、それ自体の真偽を問題するものではない。では一体、その場合の公理は何のために使われているのだろうか。

Feferman [4] は数学における公理には基礎的公理と構造的公理の 2 種類のものがある、と主張する。同様の区別は Hellman [5] によってもなされており、彼は前者の公理を主張的公理、後者を定義的公理と呼んでいる。前者は算術や集合論などにおける公理で、それらは私たちが既によく知っている対象についての自明な真理を表現する。後者は代数などにおける公理で、それらは私たちが既知っている特定の対象に言及しているわけではなく、その公理を満たすものを新しい数学的構造のクラスとして定義する役割を持つ。そしてそのクラスは例えば「群」や「環」といった新しい名前を与えられる。本節では特に彼らの言う構造的 / 定義的公理が数学においてどのような役割を担っているかを考察する。

実際の代数学などのテキストを開いてみると、「公理」という言葉は使われず「定義」という言葉が使われていることが多い（どちらの言葉も使われていないこともある）。例えば Burriss and H. P. Sankappanavar の『普遍代数 *Universal Algebra*』（Burriss and Sankappanavar [3]）の第 1 章第 1 節は「束の定義 Definition of Lattices」というタイトルであり、次の定義から始まる<sup>\*5</sup>。

定義 1.1. 空でない集合  $L$  とその上の二つの 2 項演算  $\vee$  と  $\wedge$ （「結び」、「交わり」と読まれる）が束と呼ばれるのは、これが以下の同一性を満たす時である：

<sup>\*4</sup> 「weblio 辞書 国語」(www.weblio.jp)。

<sup>\*5</sup> 実際にはべき等律は他の法則から導出可能であり、定義に含める必要はないが、この四つの法則をもって束の定義としているテキストがよくある。

- L1: (a)  $x \vee y \approx y \vee x$   
 (b)  $x \wedge y \approx y \wedge x$  (交換律)
- L2: (a)  $x \vee (y \vee z) \approx (x \vee y) \vee z$   
 (b)  $x \wedge (y \wedge z) \approx (x \wedge y) \wedge z$  (結合律)
- L3: (a)  $x \vee x \approx x$   
 (b)  $x \wedge x \approx x$  (べき等律)
- L4: (a)  $x \approx x \vee (x \wedge y)$   
 (b)  $x \approx x \wedge (x \vee y)$  (吸収律)

この言明は平叙文の形式を取っている (“A nonempty set  $L$  together with ... is called *lattice* if ...”) が、しかし実際には陳述的ではない。冒頭の定義 1.1. はこの文が「束」という語を定義するために使われていることを明示的に表している。すなわちこの文は

私は「束」、「結び」、「交わり」という語を、・・・という同一性を満たす空でない集合  $L$  とその上の二つの 2 項演算  $\vee$  と  $\wedge$  を意味するものと定義する

と書き換えることができる。

「私は・・・と定義する」という形式の文は「私は・・・と命名する」と同様に、典型的な遂行文である。そしてこの文の発話は、言葉の使い方に関する規約を成立させ、以後、その発話に関与した人々に制約を課す。すなわち当のテキストにおいては以後、「束」、「結び」、「交わり」という語は、ここで定義された意味を持つものとして理解され、使用されなければならない、という規約である。数学では、束 (lattice) のケースがそうであるように、すでに私たちの日常言語の語彙に含まれている語を、新しい意味を持つものとして定義し直すことが多い。この場合、そこで定義された語がそれ以前に (日常言語の場面において) 持っていた意味は剥奪され、それ以後そのテキストにおいては考慮されない。

さて数学者がこのような定義を行うのは何のためであろうか。一般に何らかの新しい言葉の定義がなされるのは、ある人が、それまで認識されていなかった対象や現象に気づき、それらに対して一つの名前をつける時である。例えばある人が、「女性と交際することにあまり関心を持たず、積極的にアプローチをしない若い男性」が一定数存在していることに気づき、このような傾向を持つ人々に「草食系男子」という名前をつけた。このことは主に二つの効果を持つ。第一に、この概念を持つことによってそういう傾向を持つ人々を特定・認識することが容易になる。第二に、ある人物について「彼は草食系男子だ」と記述することで、その人がどのような属性・性質を持っているかを簡潔に他の人に伝えることができるようになる。さらにはこの概念には次のようなことも期待できる。もしも草食系男子という概念が、ある種の人間類型の本質的な特徴を捉えているのだとすれば、一部の草食系男子を観察して得られた知識が、他の草食系男子にも適用できる可能性が高い (ただしもちろん現実にはこのような外挿は誤っていることがしばしばで、ラベリングや偏見というマイナスの効果を引き起こすことも多い)。

同様のことが数学における定義についても言える。数学者たちはいくつかの数学的構造において、交換律、結合律、べき等律、吸収律が共通して現れることを見出し、それらの性質を満たすものを「束」と呼んだ<sup>\*6</sup>。ひとたび束の概念が発見されると、他にも様々な数学的構造が束であることが見出された。そのため束の定義から論理的に導出される性質 (束について証明された定理) がそれらの多様な数学的構造についても成り立つ

<sup>\*6</sup> 束概念は 19 世紀に複数の数学者によって独立に見出され、呼び方もそれぞれに異なっていた。数学における束の見聞については Schlimm [7] を参照。

ことが直ちに知られる．こうして束は数学において重要な概念であると認識されるようになった．

フェファーマンはこのような公理の価値は，一つには数学者の仕事を整理するという点，そしてもう一つには「私たちの知識を簡潔にまとめた形でパッケージに詰め，伝達する」(Feferman [4]) という点にある，と論じる．つまり公理を立てて証明することの価値は，その公理を満たすような数学的構造の全体について成り立つことを効率よく知るためだ，ということである．

林晋は公理的手法の眼目は，はある数学的対象から特定の性質を取り出し，その部分を「モジュール化」することである，と言う<sup>\*7</sup>．一般に何らかのシステムの特定の機能をモジュール化することの利点は，現在関心のある事柄に焦点を当て，複雑な全体を構成する他の部分を考えずに済ませられること，そしてそのモジュールを別なシステムに（必要があれば修正を加えて）再利用できるということである．例えば実数という対象の作るシステムから，代数的構造としての性質，順序構造としての性質，位相空間としての性質を，それぞれに対応する公理系によって取り出すことができる．そして例えばその代数構造として性質についての研究は，代数的性質を共有する他の構造にも応用することができる．これはフェファーマンが述べているのと同じことを，工学的な観点から述べているのだ，とみなすことができるだろう．

## 5 定理の役割

前節において私たちは特に代数学のような分野において公理が果たす役割について考察した．そこでは公理は，異なる様々な数学的構造に応用できる知識を得ることを助けるものである，と論じた．具体的に言うと，公理は既知の数学的構造の特定の側面をモジュール化，あるいはパッケージにひとまとめにして，それに名前をつけるために使われる．公理についてのこの理解に沿って，本節では定理のもう少し詳細な説明を試みる．

公理と定理はそれぞれ異なる種類の発話行為として理解されなければならない．前節で述べたように，公理には真も偽もない．それは単に「A という条件を満たすものを B と呼ぶ」ということを宣言しているに過ぎないからである．しかしながら一たびその定義が了解されたならば「A という条件を満たすものは何であれ B である」および「B であれば何であれ A という条件を満たす」ということは真である．それは「私は君に必要な資金を融資することを約束する」という発話によって，事実として話者が聞き手に融資を行う義務が生じると同様である．あるいは私たちは公理を了解したことによって

$$\frac{X \text{ は } A \text{ という条件を満たす}}{X \text{ は } B \text{ である}}$$

という推論規則を採用したと考えるのも良い．これが定理を導く基礎になる．

定理を証明する際には私たちは何をしているのか．再び束の例を挙げて考えよう．構造  $(L, \vee, \wedge)$  が束であるということを仮定すれば，公理によって  $(L, \vee, \wedge)$  が交換律，結合律，べき等律，吸収律を満たすことを推論できる．そこから例えば  $L$  上の 2 項関係  $\{(x, y) \in L \times L \mid x \vee y = y\}$  が順序であるということが論理的に演繹できる．かくして「任意の構造  $(L, \vee, \wedge)$  に対して，それが束であるならば  $L$  上の 2 項関係  $\{(x, y) \in L \times L \mid x \vee y = y\}$  が順序である」という定理を得る．ただしこの定理はそれだけではさほどの価値はない．これはあくまでもある構造が束であると仮定すれば，そこに一定の仕方順序を導入することができる，という仮定に基づいた結論の導出可能性を述べているに過ぎない．

このような定理が価値を持つのは，それを様々な具体的な（束の公理を満たす）数学的構造に適用できるからである．例えば集合  $X$  のべき集合  $P(X)$  は  $\cup$  と  $\cap$  とともに束を作る．従って私たちは  $A \cup B = B$  によ

<sup>\*7</sup> 個人的な会話において．ここでの「モジュール」は，束論における意味ではなく，日常的な意味でのモジュールである．

て定義される関係（これは  $A \subset B$  という関係と同値である）が順序関係であることを知ることができるのである。これは公理からの定理の導出が論理的な演繹によっているということから保証される。同じことは数学における定理一般について言える。数学における定理は公理から出発して論理的な演繹によって導出される。このように定理は既知の数学的構造、あるいは私たちが将来出会うかもしれない数学的構造について情報を与えてくれるが故に価値がある。逆に言えば数学者によって重要だと思われているいかなる数学的構造にも適用できないような公理系には価値がない。デイン・スコットの言葉を借りれば「スタンドアロンの形式体系は不完全な存在者であって、それは解釈を必要とする」(Scott [8], 149) ののである。

従って抽象的な定義的公理から導出された定理はそれ自体として意味を持つのではない。それは具体的な構造に適用されてはじめて意味のある知識、情報を生み出す。このような定理の役割は、真理を中心的な概念とする伝統的な意味論の枠組みでは適切に汲み取ることができない。それは数学者がどのように公理や定理を使っているかという語用論的な考察によって明らかになるのである。

ただし「抽象的な公理系」と「具体的な数学的構造」の関係——スコットのいう「形式体系」とその「解釈」——の間の関係は絶対的なものではない。数学においては、最初はそれ自体に価値がないと思われた抽象的な形式体系が次第に独立した研究対象となり、それ自体として価値を持つ認識されるようになることがある。そうなるとその抽象的な構造が一つの具体的な構造と見なされるようになるのである。例えば上で見たように任意の束は順序集合と見なすことができる。ここでは束がより抽象的な順序という構造の具体的な例になっていると考えられる。さらに順序集合は圏の公理を満たす具体的な構造と見なすことができる。フェーマンとヘルマンはともに整数や集合をもっとも具体的なものと考えて、それらについての公理は構造的/定義的公理とは区別されると考えたが、しかしそれも必ずしも絶対的な区別ではないように思われる。しかしこの点について論じるのは別の機会に譲りたい。

## 6 ベナセラフのジレンマ再訪

ベナセラフのジレンマについて再び考えてみよう。ベナセラフのジレンマとは、指示的意味論を取ると、数学的对象に対する認知的なアクセスを自然な仕方で説明するのが困難になる、というものであった。

これに対する私の答えは、指示的意味論が数学に対して唯一適切な意味論とは限らない、ということである。上で見たように、数学においてはまず公理を要請することによって、ある言葉の意味（ある概念）が定義される。その公理が教えることは、その言葉を使う際にどのような推論が許されるかということであり、その言葉が何を指示しているかではない。ここで行われていることは、遂行的発話によって成立した規約に基づく制度的な事実に関わっている。これに対して指示的意味論を適用することは不適切である。というのも指示的意味論は、一般に言語（発話行為）とは独立に存在する対象や事実を報告することを目的とする陳述的言明の意味を説明するためのものだからである。

この解釈は数学についての認識論に対してどのような帰結を持つだろう。日常言語における遂行的発話を例に考えてみよう。ある話者が「私はあなたに必要な資金を融資することを約束する」とある人が言ったとする。この発話が真正になされた場合、私たちはその話者が聞き手に対して、必要な資金を融資する義務を負うことを「知る」。それは「私は・・・することを約束する」という発話が、ある種の制度的事実を成立させる力を持つという、遂行的発話の使用慣習についての私たちの「知識」に基づいて推論されることである。ここには何の認識論的困難もない。

数学における知識もこれと同様である。「交換律、結合律、べき等律、吸収律を満たす構造  $(L, \vee, \wedge)$  は束である」と定義したとき、定義という遂行的発話の使用慣習についての知識から、私たちは構造  $(L, \vee, \wedge)$  が束

であればそれが交換律，結合律，べき等律，吸収律を満たすことを「知る」し，また交換律，結合律，べき等律，吸収律を満たすような構造  $(L, \vee, \wedge)$  は何であれ束であるということを「知る」のである．

かくして私たちは日常的な意味論と連続的な意味論を持ち，かつその意味論と整合的で，日常的な認識論と連続的な認識論を持つことができる．ただしそれらは指示的意味論とは異なる意味論，因果的認識論とは異なる認識論である<sup>\*8</sup>．

## 7 結び

数学の哲学においては伝統的に，タルスキ流の指示的意味論の枠組みで数学的命題の意味を説明するのが当然のことに受け入れられており，そしてそのことは困難を生じさせていた．本発表においては，数学的命題の意味を言語行為論の枠組みで説明することを試みた．具体的には公理を定義と同じ遂行的発話として考えて，その意味の説明を行った．このことは数学の哲学において生じてきた困難，ペナセラフのジレンマを解決する．

本発表の主張は，明らかに数学における真理は仮言的であるとする if-thenism を支持する．また数学をフィクションと類比的に解釈するフィクショナリズムとも整合的である．しかしこの点についての考察はまたの機会に譲りたい．

## 参考文献

- [1] J. L. Austin. Performative utterances. In J. O. Urmson and G. J. Warnock, editors, *Philosophical Papers*, pages 233–252. Oxford University Press, New York, third edition, 1979.
- [2] P. Benacerraf. Mathematical truth. In P. Benacerraf and H. Putnam, editors, *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, pages 403–420. Cambridge University Press, Cambridge, second edition, 1983.
- [3] S. Buris and H. P. Sankappanavar. *A Course in Universal Algebra*. The millennium edition, 2012. [www.math.uwaterloo.ca/~snburris/htdocs/UALG/univ-algebra2012.pdf](http://www.math.uwaterloo.ca/~snburris/htdocs/UALG/univ-algebra2012.pdf).
- [4] S. Feferman. Does mathematics need new axioms? *American Mathematical Monthly*, 106:99–111, 1999.
- [5] G. Hellman. Structuralism. In S. Shapiro, editor, *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, pages 536–562. Oxford University Press, Oxford, 2005.
- [6] R. G. Millikan. Pushmi-pullyu representations. *Philosophical Perspectives*, 9:185–200, 1995.
- [7] D. Schlimm. On the creative role of axiomatizations. The discovery of lattices by Schröder, Dedekind, Birkhoff, and others. *Synthese*, 183:47–68, 2011.
- [8] D. Scott. Rules and derived rules. In S. Stelund, editor, *Logical Theory and Semantic Analysis*, pages 147–161. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht/Boston, 1974.
- [9] 中園篤典. 「発話行為の効果についての考察」. *人間環境学研究*, 3(2):43–59, 2004.

---

\*8 「意味論」，「認識論」という言葉はどちらも哲学業界では長い伝統と背景を背負ったジャーゴンなので，ここで使うことは避けたい方がよいのかもしれない．