情報数理モデル論講座　**金森研究室**

情報数理の探究と統計的機械学習への展開

研究の内容

研究の動機

- 「情報」の数理的性質を明らかにしたい．
- 実社会の情報処理に役立つ技術を開発したい．

そのために以下のようなテーマに取り組んでいます．

機械学習と最適化：多様な構造のデータから有用な情報を取り出すための，効率的な学習アルゴリズムの開発

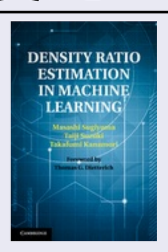
数理統計学：データ解析を適切に行うための統計手法の開発．不確実な状況下でのリスク尺度や損失関数の設計に関する研究．

情報幾何学：「情報科学における一般相対論」．双対構造（外延と内包）と不変性に関する幾何学の研究．数理科学全般への応用．

機械学習と最適化

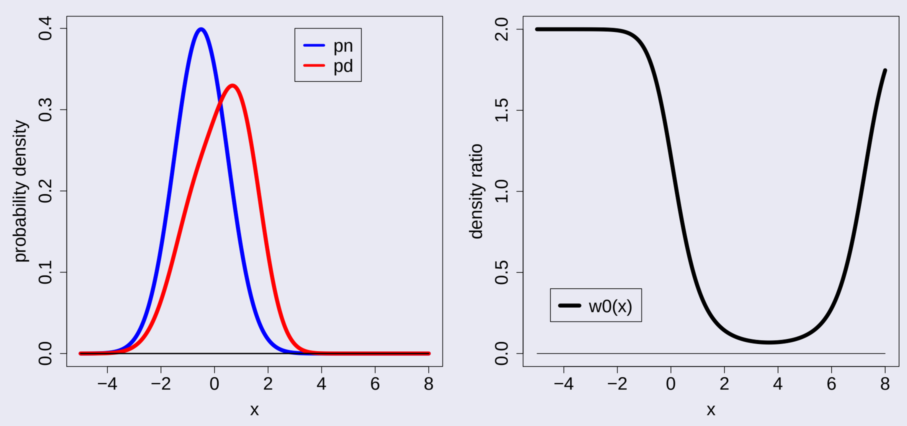
密度比推定とその応用

密度比に関する研究成果を出版



M. Sugiyama, T. Suzuki, T. Kanamori,
Density Ratio Estimation in Machine Learning,
Cambridge University Press, 2012.

密度比とは：確率密度 $p_{\mathrm{n}}(x)$, $p_{\mathrm{d}}(x)$ の比 $w_0(x)=\dfrac{p_{\mathrm{n}}(x)}{p_{\mathrm{d}}(x)}$



密度比の重要性：さまざまな応用

- 共変量シフト下での回帰分析．
- 分布間のダイバージェンスや距離の推定：2標本検定，次元削減など．

密度比の推定法

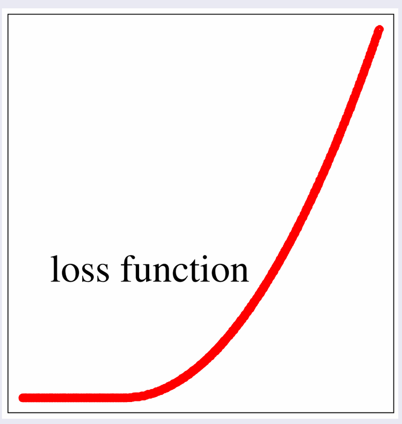
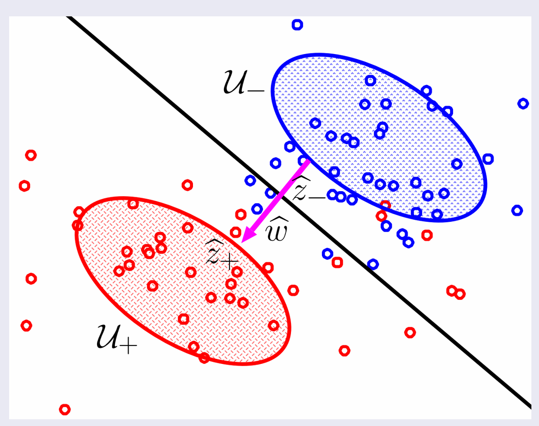
$p_{\mathrm{n}}(x)$, $p_{\mathrm{d}}(x)$ をバラバラに推定して比を取る方法

$\Longrightarrow$ 非常に不安定．

- **密度比 $w_0(x)$ を高精度に直接推定する方法を提案**
  - カーネル化した推定量の統計的性質を経験過程の理論で解析
  - 計算効率を smoothed analysis の理論で解析
  - 統計解析言語 R による実装．`snow library` による並列化

機械学習における共役性

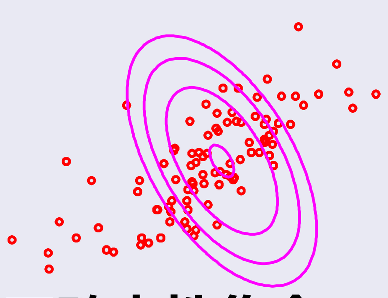
パターン認識の２つのアプローチ：**共役な関係**がある．

損失関数アプローチ		不確実性集合アプローチ
	共役性 $\Longleftrightarrow$	
統計的性質 ○ 直感的に分かりにくい （モデリングしにくい）		統計的性質 △ 直感的に分かりやすい （モデリングしやすい）

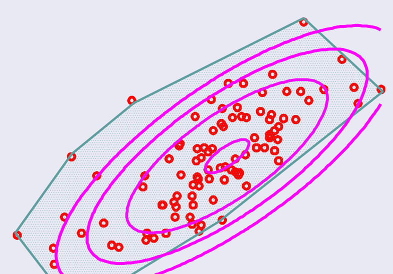
共役性を介して・・・

不確実性集合を，対応する損失関数が存在するように修正．

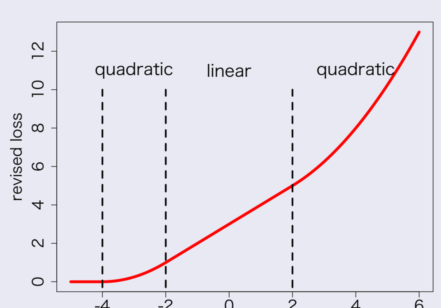
- **直感的なモデリングと優れた統計的性質を両立．**


不確実性集合のモデリング

$\Longrightarrow$


修正された不確実性集合

$\Longrightarrow$



対応する損失関数

[K, Takeda, Suzuki,'13]

数理統計学

- **統計的推論と不変性**

大切なこと：データ変換に対する不変性

例：メートルで測定したデータとセンチで測定したデータ．
統計解析の結果は本質的に同じであってほしい．

不変な推定：以下の可換図式が成り立つ推定

$$\begin{array}{ccc} x & \xrightarrow{\text{データの変換}} & y=\phi(x) \\ \text{推定}\downarrow & & \downarrow\text{推定} \\ \widehat{p}(x) & \xrightarrow{\text{推定量の変換}} & \widehat{p}_{\phi}(y) \end{array}$$

- 任意のデータ変換に対して不変：最尤推定量のみ．
- アフィン変換に対して不変：[K&Fujisawa,'13] で考察．

不変性とその他の統計的性質とのトレードオフを研究．

「データ変換の不変性」から既存の推定法を特徴付け．
新しい推定量のクラスを提案：ロバスト性など良い性質．

情報幾何学

- **準ニュートン法の解析**

長年謎だった問題を情報幾何的アプローチで解明

関数 $f(x)$ の最小化問題

$$\min_{x} f(x), \qquad x\in\mathbb{R}^n.$$

準ニュートン法による反復アルゴリズム

$$x_{k+1}=x_k-B_k^{-1}\nabla f(x_k), \qquad k=0,1,2,\ldots.$$

$\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$：（局所）最適解へ収束

正定値行列 B_k の更新則によって，さまざまなアルゴリズムが提案されている．

- BFGS 更新則，DFP 更新則，Broyden 更新則 $\cdots$．

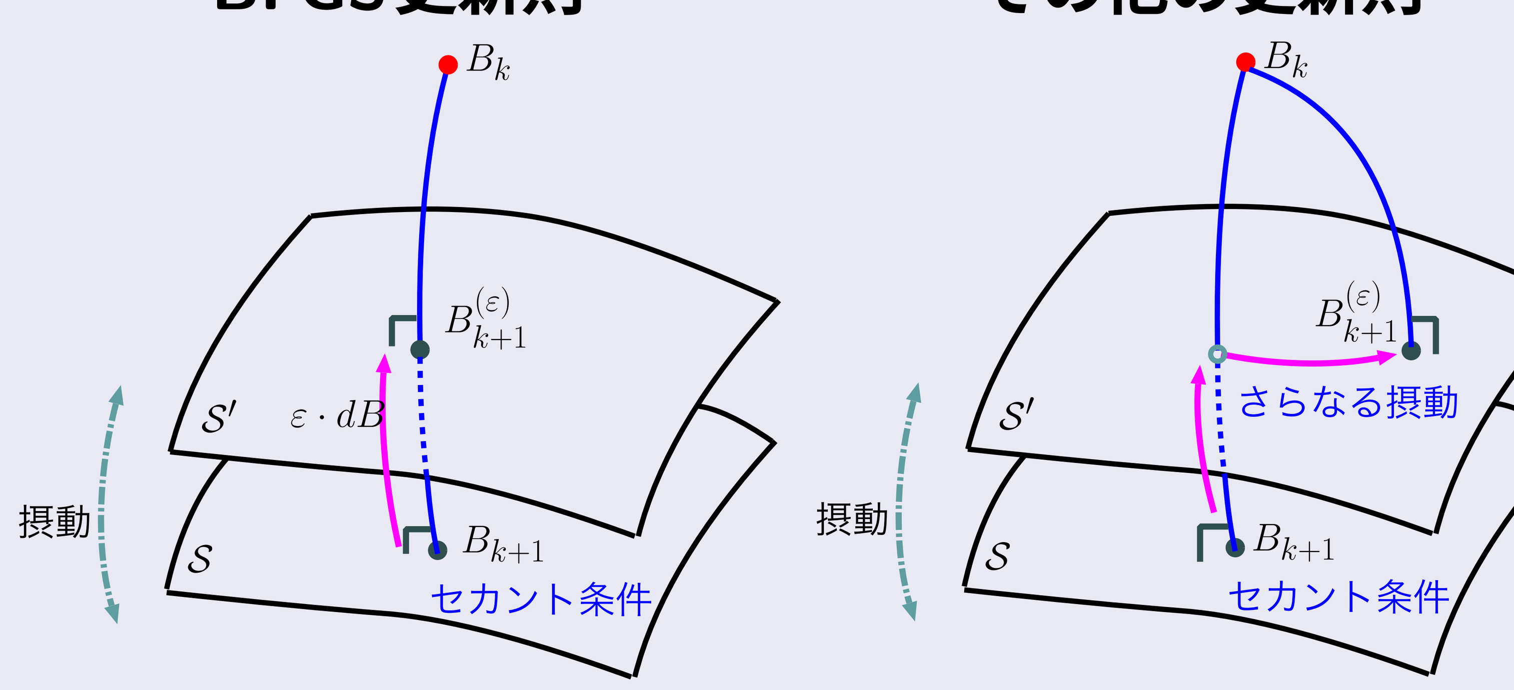
BFGS 更新則が数値的に優れている．その理由は？
長年よく分かっていなかった．

行列 B_k の更新則：多変量正規分布の情報幾何と深く関連．

- 幾何学的直観&ロバスト（頑健）統計の手法
  $\Longrightarrow$ アルゴリズムの安定性解析
- 直線探索の誤差に対して **BFGS だけがロバスト** (gross error 有限)．
  BFGS 以外はさらなる摂動が加わり不安定 (gross error 無限)．

準ニュートン法の幾何的描像 [K&Ohara,'13]

BFGS 更新則　　　　その他の更新則



他にも以下のようなさまざまな研究テーマに取り組んでいます：

ブースティング，半教師付き学習，ランキング学習，能動学習，分位点回帰，不確実性の下での最適化，ロバスト最適化，グループテスト，ベイジアンネットワーク，数理ファイナンスにおけるリスク尺度・・・

研究成果は JMLR, NIPS, ICML, COLT などのトップジャーナルやトップ国際会議で発表されています．

興味のある方，ぜひ一緒に研究しましょう！ 詳しくは以下を参照下さい．

http://www.math.cm.is.nagoya-u.ac.jp/~kanamori